

P7-2005-206

Е. Г. Рябов\*, А. В. Карпов, Г. Д. Адеев\*

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ УГЛОВОГО  
МОМЕНТА НА МАССОВО-ЭНЕРГЕТИЧЕСКОЕ  
РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ОСКОЛКОВ ДЕЛЕНИЯ В  
ЛАНЖЕВЕНОВСКОЙ ДИНАМИКЕ

Направлено в «Письма в ЭЧАЯ»

---

\* Омский государственный университет

Рябов Е. Г., Карпов А. В., Адеев Г. Д.

P7-2005-206

Исследование влияния углового момента на массово-энергетическое распределение осколков деления в ланжевеновской динамике

В рамках ланжевеновской динамики изучена зависимость двумерного массово-энергетического распределения и его параметров от углового момента. Расчеты проведены с использованием обобщенной температурно-зависимой модели с конечным радиусом действия ядерных сил. Были рассмотрены пять составных ядерных систем, представляющих тяжелые делящиеся ядра, средние делящиеся ядра и легкое делящееся ядро. Угловой момент варьировался в широком диапазоне от  $l = 0$  до  $l = 70\hbar$ . Проведены оценки коэффициентов  $d\langle E_K \rangle / dl^2$ ,  $d\sigma_{E_K}^2 / dl^2$  и обобщены результаты предыдущих наших исследований, в которых определялся коэффициент  $d\sigma_M^2 / dl^2$ . Также оценено влияние исходной энергии возбуждения ядра на характеристики массово-энергетического распределения. Полученные результаты находятся в неплохом согласии с данными экспериментальных анализов, качественно воспроизводя основные особенности. Определенные в настоящей работе коэффициенты  $d\sigma_M^2 / dl^2$  и  $d\sigma_{E_K}^2 / dl^2$ , в отличие от экспериментальных оценок, являются функциями углового момента.

Работа выполнена в Лаборатории ядерных реакций им. Г. Н. Флерова ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна, 2005

Ryabov E. G., Karpov A. V., Adeev G. D.

P7-2005-206

Analysis of Angular Momentum Dependence of Fission Fragment Mass-Energy Distribution Within Langevin Dynamics

Dependence of fission fragment mass-energy distribution on the angular momentum within Langevin dynamics is studied. The calculations are performed in the framework of the rotating temperature-dependent finite-range liquid drop model. The analysis is done for the five nuclei, representing heavy fissioning nuclei, medium fissioning nuclei and light fissioning one with the angular momentum varied in the wide range from  $l = 0$  to  $l = 70\hbar$ . The dependence coefficients  $d\langle E_K \rangle / dl^2$  and  $d\sigma_{E_K}^2 / dl^2$  are extracted. Previous analysis of  $d\sigma_M^2 / dl^2$  coefficient is generalized. Excitation energy dependence of the fission fragments mass-energy distribution is also under consideration. The comparison of the extracted values with the experimental data reveals a good agreement for all the cases (the main qualitative behavior is well reproduced). The extracted values of the coefficients  $d\sigma_M^2 / dl^2$  and  $d\sigma_{E_K}^2 / dl^2$  are functions of the angular momentum.

The investigation has been performed at the Flerov Laboratory of Nuclear Reactions, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna, 2005

## ВВЕДЕНИЕ

Механизм формирования массово-энергетического распределения весьма сложен. При попытке его теоретического описания приходится решать ряд важных вопросов: таких как параметризация формы и определение точки разрыва делящегося ядра, перестройка оболочечной структуры, учет связи между коллективными и внутренними степенями свободы. Частичное упрощение этой сложной физической ситуации достигается при высокой энергии возбуждения. Теоретическое рассмотрение [1, 2] и анализ экспериментальных работ по исследованиям массово-энергетических распределений в областях низких и средних энергий возбуждения [3] показали, что при энергии возбуждения ядра выше 50 МэВ оболочечные эффекты перестают играть существенную роль и ядро можно рассматривать как каплю заряженной ядерной жидкости.

Модель жидкой капли предсказывает для ядер второй половины таблицы Менделеева симметричное одногорбое и, в первом приближении, гауссово распределение осколков по массам и энергиям [4, 5]. Теоретическое представление о преимущественно симметричном делении нагретых ядер подтверждено многочисленными экспериментальными исследованиями. Впервые массово-энергетические распределения (МЭР) осколков деления были достаточно полно изучены Никсоном и Святецким в их динамической модели с нулевой вязкостью [4, 5]. В рамках этой модели удалось описать параметры МЭР осколков деления для легких делящихся ядер с  $Z^2/A < 31$ . Для более тяжелых ядер модель с нулевой вязкостью [4, 5] приводит к систематически низким значениям дисперсий массовых и энергетических распределений.

Образующиеся в реакциях слияния с тяжелыми ионами составные ядра, помимо относительно большой энергии возбуждения, могут обладать и большими угловыми моментами. Причем величина углового момента составного ядра для двух событий слияния в этих реакциях может сильно различаться. В связи с этим вопрос о влиянии углового момента компаунд-ядра на массово-энергетическое распределение осколков деления составных ядер является важным. Экспериментальные исследования этого вопроса проводятся уже не один десяток лет. В работах Иткиса, Русанова, Чубаряна и др. [6, 7, 8] сведены воедино результаты анализа экспериментальных данных по зависимостям характеристик массово-энергетического распределения от 1. В частности, для дисперсии массового распределения (МР) были выделены три группы

ядер, для которых различен коэффициент зависимости  $d\sigma_M^2/dl^2$ . Для ядер с  $Z^2/A \geq 31$  коэффициент  $d\sigma_M^2/dl^2 > 0$ , то есть дисперсия массового распределения увеличивается с ростом  $l$ . Для легких делящихся ядер с  $Z^2/A \leq 30$  дисперсия МР убывает с увеличением углового момента  $d\sigma_M^2/dl^2 < 0$ , а для ядер в районе Pt и Os происходит переход от первой тенденции ко второй и  $d\sigma_M^2/dl^2 \simeq 0$ . Также в работах [7, 8] отмечается, что величина средней кинетической энергии осколков  $\langle E_K \rangle$  практически не зависит от  $l$ , а верхняя оценка коэффициента  $d\langle E_K \rangle/dl^2$  составляет  $0,3 \text{ кэВ}/\hbar^2$ . Величина дисперсии энергетического распределения, в свою очередь, для легких делящихся ядер практически не зависит от углового момента. А для средних и тяжелых делящихся ядер коэффициент зависимости невелик и положителен,  $d\sigma_{E_K}^2/dl^2 > 0$ .

Теоретических работ, посвященных различным аспектам вопроса влияния углового момента  $l$  на МЭР осколков, достаточно много (см., например, ссылки в работе [7]). Однако получаемые в них результаты зачастую противоречивы, а исследования ограничены, как правило, характеристиками только массового распределения и одной-двумя составными системами. Тем не менее, нельзя не отметить работы Грегуара и Шутера [9], Фабера [10], Глаголы с коллегами [11]. И несмотря на тот факт, что экспериментальные оценки, вкратце представленные выше, были получены и опубликованы уже более 10 лет назад, одной из немногих теоретических работ, в которой исследования влияния  $l$  на характеристики МЭР проведены более полно, является работа одного из соавторов данной статьи с коллегами [12]. Можно отметить хорошее качественное согласие результатов работы [12] с экспериментальными оценками. Воспроизводятся основные особенности зависимости  $d\sigma_M^2/dl^2$  от параметра делимости  $Z^2/A$ , даже переход  $d\sigma_M^2/dl^2$  через нуль при тех же значениях параметра делимости, хотя масштаб эффекта (величина коэффициента зависимости) недооценивается. Подобная картина наблюдается и в случае  $d\sigma_{E_K}^2/dl^2$ : коэффициент для тяжелых и средних делящихся ядер положителен, но невелик.

Необходимо упомянуть, что в работе [12] моделирование динамики деления ядра проводилось в рамках диффузационной модели с использованием уравнений Фоккера–Планка. При этом решение являлось приближенным и определялось по методу глобального моментного приближения с многомерным гауссовым распределением. В последнее время для моделирования динамики слияния-деления ядер успешно применяется ланжевеновский подход [13–16]. С физической точки зрения уравнения Ланжевена эквивалентны уравнениям Фоккера–Планка. Многомерные уравнения Ланжевена проще использовать при компьютерном моделировании, и они не требуют при решении дополнительных аппроксимаций и приближений, как уравнение Фоккера–Планка. Важной особенностью используемой нами модели, основанной на уравнениях Ланжевена, является возможность учесть испарение легких частиц, предше-

ствующее делению. Это стало возможным благодаря объединению динамической и статистической моделей, как это было предложено Мавлитовым, Фребрихом и Гончаром [17, 18]. Испарение легких частиц учитывалось вдоль каждой ланжевеновской траектории вплоть до точки разрыва. Таким образом, мы использовали стохастический подход к динамике деления, объединяющий в себе ланжевеновскую динамику с испарением легких предразрывных частиц и  $\gamma$ -квантов. Этот подход позволяет, наряду с параметрами МЭР, изучать и среднюю множественность предразрывных частиц.

В недавней работе [19] мы начали исследования характеристик МЭР в зависимости от величины углового момента. Было детально рассмотрено поведение дисперсии массового распределения от  $l^2$ . В настоящей работе мы уделили внимание, в первую очередь, влиянию углового момента на двумерные распределения массы-энергии осколков и энергетическое распределение, а также обобщили полученные ранее результаты.

Статья организована следующим образом. В разделе 1 мы вкратце остановимся на основных особенностях используемой модели, достаточно подробно описанной в работах [14–16, 19–21]. В следующем разделе представлены результаты динамических расчетов и анализ полученных зависимостей. В заключении подведен итог исследований влияния углового момента компаундядра на характеристики МЭР и сделаны соответствующие выводы.

## 1. МОДЕЛЬ

Настоящая работа является продолжением исследований, опубликованных в [19], а расчеты проведены с использованием тех же модельных представлений. Поэтому здесь мы приведем только основные и самые важные соотношения и уделим внимание расчету величин, не изученных ранее в работе [19], таких как средняя кинетическая энергия осколков ( $\langle E_K \rangle$ ) и дисперсия кинетической энергии осколков ( $\sigma_{E_K}^2$ ).

Для описания формы делящегося ядра мы использовали хорошо известную  $\{c, h, \alpha\}$  параметризацию [22]. Здесь  $c$  — параметр удлинения, параметр  $h$  связан с толщиной шейки между двумя будущими осколками, а  $\alpha$  определяет отношение масс будущих осколков. В [15] был введен параметр масс-асимметрии, имеющий тот же смысл, что и  $\alpha$ , и связанный с ним соотношением  $\alpha' = \alpha c^3$ . Поэтому мы выбрали  $(c, h, \alpha')$  в качестве количественных координат, эволюцию которых моделировали с использованием многомерных уравнений Ланжевена.

В дифференциальной форме эти уравнения имеют следующий вид [23]:

$$\begin{aligned}\dot{p}_i &= - \left( \frac{1}{2} p_j p_k \left( \frac{\partial \mu_{jk}(\mathbf{q})}{\partial q_i} \right) - K_i(\mathbf{q}) + \gamma_{ij}(\mathbf{q}) \mu_{jk}(\mathbf{q}) p_k \right) + \theta_{ij} \xi_j, \\ \dot{q}_i &= \mu_{ij}(\mathbf{q}) p_j,\end{aligned}\quad (1)$$

где  $\mathbf{q} = (c, h, \alpha')$  — коллективные переменные;  $\mathbf{p} = (p_c, p_h, p_{\alpha'})$  — со-пряженные им импульсы;  $K_i(\mathbf{q})$  — консервативная движущая сила;  $m_{ij}$  ( $\|\mu_{ij}\| = \|m_{ij}\|^{-1}$ ) — инерционный тензор;  $\gamma_{ij}$  — фрикционный тензор;  $\theta_{ij} \xi_j$  — случайная сила;  $\xi_j$  — случайная величина, удовлетворяющая соотношениям

$$\begin{aligned}\langle \xi_i \rangle &= 0, \\ \langle \xi_i(t_1) \xi_j(t_2) \rangle &= 2\delta_{ij} \delta(t_1 - t_2).\end{aligned}\quad (2)$$

В этих уравнениях и далее в статье подразумевается суммирование от 1 до 3 по повторяющимся индексам, а угловые скобки обозначают усреднение по ансамблю. Амплитуда случайной силы связана с диффузионным тензором  $D_{ij}$  соотношением  $D_{ij} = \theta_{ik} \theta_{kj}$ , которое, в свою очередь, удовлетворяет соотношению Эйнштейна  $D_{ij} = T \gamma_{ij}$ . Здесь  $T$  — температура термостата, образованного одиночными степенями свободы ядра. Температура термостата определяется внутренней энергией возбуждения ядра  $E_{\text{int}}$  и параметром плотности уровней  $a(\mathbf{q})$  через соотношение в рамках модели ферми-газа  $T = (E_{\text{int}}/a(\mathbf{q}))^{1/2}$ . Внутренняя энергия возбуждения находится из закона сохранения энергии

$$E^* = E_{\text{int}} + E_{\text{coll}}(\mathbf{q}, \mathbf{p}) + V(\mathbf{q}) + E_{\text{evap}}(t), \quad (3)$$

где  $E^*$  — полная энергия возбуждения ядра;  $E_{\text{coll}}(\mathbf{q}, \mathbf{p}) = \frac{1}{2} \mu_{ij}(\mathbf{q}) p_i p_j$  — кинетическая энергия коллективных степеней свободы;  $V(\mathbf{q})$  — потенциальная энергия; а  $E_{\text{evap}}(t)$  — энергия, унесенная частицами, испарившимися к моменту времени  $t$ . Вопрос о расчете параметра плотности уровней  $a(\mathbf{q})$ , потенциальной энергии  $V(\mathbf{q})$  и движущей силы  $K(\mathbf{q})$ , входящей в уравнения Ланжевена (1), подробно рассмотрен в работах [20, 21].

Для расчета диссипативной части движущей силы мы использовали одинственный механизм ядерной вязкости [24, 25] с коэффициентом редукции от вклада формулы стены  $k_s = 0,25$ . Инерционный тензор рассчитывался согласно методу Вернера–Уиллера, описание которого можно найти, например, в [26].

Мы начинали ланжевеновское моделирование траекторий из основного состояния ядра с энергией возбуждения  $E^*$ . Выбор начальных условий про-

водился согласно методу Неймана с образующей функцией

$$P(\mathbf{q}_0, \mathbf{p}_0, l_0, t = 0) \sim \exp \left\{ -\frac{V(\mathbf{q}_0) + E_{\text{coll}}(\mathbf{q}_0, \mathbf{p}_0)}{T} \right\} \delta(\mathbf{q} - \mathbf{q}_0) \delta(l - l_0). \quad (4)$$

Критерий разрыва ядра на осколки, определяющий в трехмерном случае гиперповерхность, отделяющую сплошные формы ядра от разрывных, является очень важным при рассмотрении «энергетических» характеристик ядра ( $\langle E_K \rangle$  и дисперсии  $E_K$ ) [8, 12, 27]. Исследования вопроса выбора критерия разрыва были проведены в недавней работе [27]. В этой работе путем анализа результатов расчета средней кинетической энергии для ядер в широком диапазоне параметра  $Z^2/A^{1/3}$  и сравнения их с систематикой Виолы [28] была предпринята попытка определить наилучший критерий разрыва для моделирования ланжевеновской динамики. В итоге этот важный вопрос все-таки остался открытым: на основании работы [27] нельзя сделать однозначный вывод о преимуществе какого-либо из подходов. Необходимы дальнейшие исследования в этой области, например, включение в анализ дополнительных характеристик энергетического распределения, таких как дисперсия, асимметрия и эксцесс, связанных с третьим и четвертым моментами энергетического распределения. Поэтому мы считали, что ядро разделилось на два осколка, если толщина его шейки становилась равной  $0,3R_0$  [22, 29] ( $R_0$  — радиус исходного сферического ядра). Это условие на толщину шейки определено из условия нестабильности ядра по отношению к вариациям толщины его шейки [22]. В [27] также отмечено, что критерии разрыва с относительно толстой шейкой, основанные на иных физических соображениях [30, 31], в среднем соответствуют случаю  $r_N = 0,3R_0$ .

При проведении расчетов нам пришлось столкнуться с проблемой низкой делимости легких ядер (ядро  $^{162}\text{Yb}$  в наших расчетах). Получить статистически достоверный результат стало возможным благодаря переключению в так называемую статистическую ветвь по истечении некоторого времени, необходимого для достижения потока частиц через барьер своего стационарного значения. Подробно вопрос объединения динамической и статистической ветвей расчетов рассмотрен в [14, 16, 20]. Испарительные ширины рассчитывались согласно статистической теории, развитой Вайскопфом и Эвингом [32]. Использовался статистический код, разработанный Ильиновым и Мебелем [33]. Более подробно применяющиеся соотношения представлены в наших предыдущих работах [15, 19, 20]. Отметим здесь только один важный момент. Вопрос об учете коллективных усилий при определении плотности уровней — ключевой величины в любой статистической модели возбужденных ядер — был решен следующим образом: мы учли ротационные усиления и пренебрегли вибрационными, то есть положили коэффициент вибрационных усилий  $K_{\text{vib}} = 1$ . Как отмечалось в [34], не совсем ясен вопрос, нужен

ли учет вибрационных усилий для слабодеформированных конфигураций ядра. Также наши расчеты и оценки показали, что учет вибрационных усилий слабо влияет на рассматриваемые в настоящей работе  $l$ -зависимости характеристик осколков деления.

Наш метод расчета наблюдаемых характеристик основан на использовании понятия точки разрыва. Предполагается, что распределение коллективных переменных и сопряженных им импульсов формируется в процессе спуска системы с условной седловой точки до некоторой разрывной конфигурации, при которой происходит мгновенный разрыв шейки ядра без изменения вытянутости. Дальнейшая эволюция коллективных переменных оказывает лишь второстепенное влияние на сформированные распределения продуктов реакции. Такой же подход широко применялся ранее при изучении МЭР в рамках диффузационной модели.

При расчете параметров энергетического распределения предполагалось, что полная кинетическая энергия осколков деления  $\langle E_K \rangle$  есть сумма кулоновской энергии отталкивания  $V_c$ , ядерной энергии притяжения  $V_n$  будущих осколков, кинетической энергии их относительного движения (предразрывной кинетической энергии  $E_{\text{ps}}$ ) и энергии относительного вращения осколков  $V_{\text{rot}}$ . Таким образом, среднее значение полной кинетической энергии  $\langle E_K \rangle$  находилось как

$$\langle E_K \rangle = \langle V_c \rangle + \langle V_n \rangle + \langle E_{\text{ps}} \rangle + \langle V_{\text{rot}} \rangle, \quad (5)$$

а дисперсия осколков по их кинетическим энергиям

$$\sigma_{E_K}^2 = \langle E_K^2 \rangle - \langle E_K \rangle^2. \quad (6)$$

Мы рассчитывали  $V_c$  и  $V_n$  в рамках температурно-зависимой модели жидкой капли Краппе [35]. Используемые выражения можно найти в работах [19–21, 35].

Вклад энергии относительного вращения осколков  $V_{\text{rot}}$  в  $E_K$  определялся согласно выражению, предложенному Карьяном и Капланом [36],

$$V_{\text{rot}} = \left[ \frac{\mu D^2}{(J_1 + J_2 + \mu D^2)} \right] \left[ \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2(J_1 + J_2 + \mu D^2)} \right], \quad (7)$$

где  $J_1$  и  $J_2$  — моменты инерции, рассчитанные для сферических фрагментов;  $\mu$  — приведенная масса;  $D$  — расстояние между центрами масс осколков, а  $l$  — угловой момент составного ядра. Здесь мы пренебрегаем вкладом спинов ядра снаряда и ядра мишени в полный момент составной ядерной системы и полагаем  $J \simeq l$ . Отметим, что подобное (7) соотношение используется в работе [37] для учета вклада относительного вращения осколков в их полную кинетическую энергию при бинарном делении легких ядер.

Массы осколков вычисляются по формулам:

$$M_R = A \frac{\int_{z_{\min}}^{z_N} \rho_s^2(z, \mathbf{q}_{sc}) dz}{\int_{z_{\min}}^{z_{\max}} \rho_s^2(z, \mathbf{q}_{sc}) dz}, \quad M_L = A \frac{\int_{z_{\max}}^{z_N} \rho_s^2(z, \mathbf{q}_{sc}) dz}{\int_{z_{\min}}^{z_{\max}} \rho_s^2(z, \mathbf{q}_{sc}) dz}, \quad (8)$$

где  $A$  — массовое число ядра с учетом испарившихся к моменту деления частиц;  $M_R$  и  $M_L$  — массы левого и правого осколков;  $\mathbf{q}_{sc}$  — конфигурация ядра в точке разрыва;  $z = z_N$  — уравнение плоскости, которая делит ядро на два осколка;  $z_{\min}$  и  $z_{\max}$  — левая и правая границы поверхности ядра, а  $\rho_s^2(z, \mathbf{q})$  — профильная функция, вращение которой вокруг оси симметрии ядра  $z$  задает поверхность ядра. Выражение для нее приведено, например, в [15, 19, 22].

## 2. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

В нашей предыдущей [19] и настоящей работах мы исследовали влияние углового момента на характеристики МЭР осколков деления для следующих составных ядер:  $^{244}\text{Cm}$  ( $E^* = 77 \text{ МэВ}$ ,  $T = 1,9 \text{ МэВ}$ ),  $^{224}\text{Th}$  ( $E^* = 184 \text{ МэВ}$ ,  $T = 3,1 \text{ МэВ}$ ),  $^{195}\text{Hg}$  ( $E^* = 75,7 \text{ МэВ}$ ,  $T = 2 \text{ МэВ}$ ),  $^{184}\text{Pt}$  ( $E^* = 117,3 \text{ МэВ}$ ,  $T = 2,65 \text{ МэВ}$ ), и  $^{162}\text{Yb}$  ( $E^* = 117,5 \text{ МэВ}$ ,  $T = 2,67 \text{ МэВ}$ ). Начальные энергии возбуждения и температуры составных ядер указаны в скобках.

Первые два составных ядра являются тяжелыми делящимися ядрами.  $^{195}\text{Hg}$  и  $^{184}\text{Pt}$  — средние делящиеся ядра, а  $^{162}\text{Yb}$  — это легкое делящееся ядро. Полученные нами результаты расчетов для перечисленных выше областей делимости ядер и приведены в этом разделе.

Для того чтобы оценить по отдельности влияние углового момента и температуры составных ядер на параметры массово-энергетического распределения, мы также провели расчеты для трех составных систем  $^{244}\text{Cm}$ ,  $^{184}\text{Pt}$  и  $^{162}\text{Yb}$  при одинаковых исходных температурах  $T_{\text{init}} = 2 \text{ МэВ}$  и  $T_{\text{init}} = 3 \text{ МэВ}$ , варьируя  $l$  в том же диапазоне  $l = 0-70\hbar$ . Было определено, что исследуемые в настоящей работе величины коэффициентов чувствительности  $d \langle E_K \rangle / dl^2$ ,  $d\sigma_{E_K}^2 / dl^2$  и  $d\sigma_M^2 / dl^2$  слабо меняются при варьировании исходной температуры составных ядерных систем. А картина, полученная нами при разных  $T_{\text{init}}$ , приведенных в самом начале данного раздела, отражает все характерные особенности изучаемых зависимостей. Поэтому здесь и далее в работе подразумевается по умолчанию, что результаты получены для составных ядер при условиях, указанных в самом начале раздела. В остальных случаях исходные параметры (температура и/или величина углового момента ядра) будут указаны явно.

Хорошо известно из общих соображений статистической теории [3, 12], что увеличение температуры приводит к росту дисперсий наблюдаемых величин. Иллюстрацией этого факта может служить характерный для наших расчетов рис. 1, на котором изображены двумерные массово-энергетические

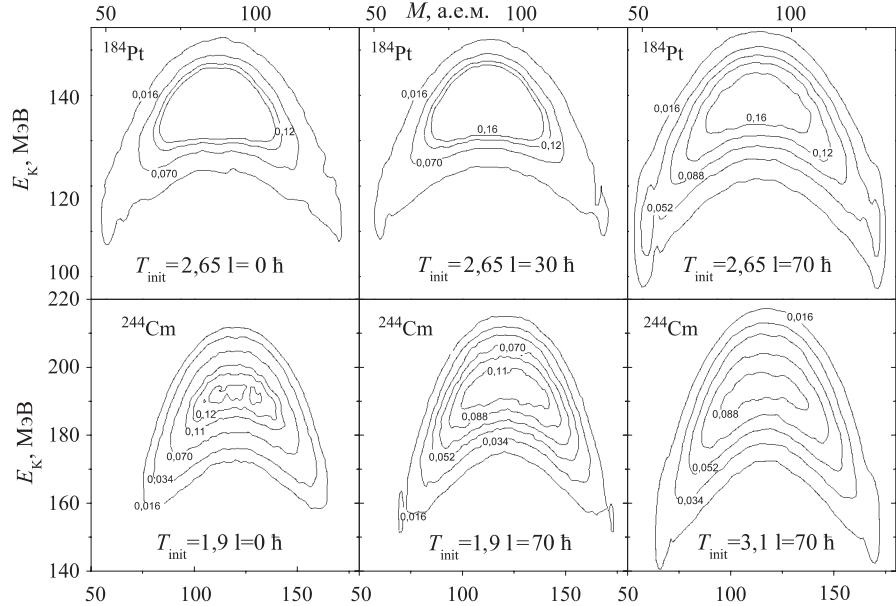


Рис. 1. Двумерные карты массово-энергетических распределений для  $^{184}\text{Pt}$  при  $T_{\text{init}} = 2,65 \text{ МэВ}$  и разных значениях величины углового момента, а также ядра  $^{244}\text{Cm}$  при  $T_{\text{init}} = 1,9$  и  $3,1 \text{ МэВ}$  и двух значениях  $l = 0$  и  $70 \hbar$ . Цифры при линиях — выход осколков в процентах. Полный выход нормирован на 200 %

распределения осколков деления для составных ядер Pt и Cm при соответствующих значениях исходной температуры  $T_{\text{init}}$  и углового момента  $l$ . Хорошо видно из сравнения двух распределений для Cm при угловом моменте  $l = 70\hbar$  и разных начальных температурах (второй и третий рисунки в нижнем ряду), что увеличение температуры, или энергии возбуждения, приводит к уширению двумерного распределения как по массе, так и по кинетической энергии осколков. Влияние углового момента на двумерное распределение осколков деления составного ядра Pt при одинаковой энергии возбуждения  $E^*$  можно видеть на верхних трех графиках рис. 1. При увеличении  $l$  от 0 до  $30\hbar$  МЭР слабо меняется, а дальнейший рост углового момента приводит к заметному уширению распределения. Подобная картина уширения наблюдается и для Cm за исключением того факта, что для него нет диапазона угловых моментов, в котором двумерная картина слабочувствительна к вариации  $l$ .

Для проведения количественных сравнений и оценок необходимо перейти к характеристикам одномерных массового и энергетического распределений, проинтегрировав двумерное распределение  $Y(M, E_K)$  по соответствующему параметру (кинетической энергии осколков  $E_K$  в случае массового распределения или массе осколков  $M$  для энергетического).

В экспериментальных работах [6, 8] отмечается постоянство средней кинетической энергии осколков  $\langle E_K \rangle$ . Нечувствительность  $\langle E_K \rangle$  к энергии возбуждения и величине углового момента объясняется в [6, 8] на основе результатов измерений средней множественности  $\gamma$ -квантов из осколков в реакциях с легкими заряженными частицами и тяжелыми ионами (см. соответствующие ссылки в работе [8]). Эти исследования показали, что с ростом  $E^*$  и  $l$  растет и средняя множественность  $\gamma$ -квантов  $M_\gamma$  и средняя уносимая ими энергия  $E_\gamma$ . Отмеченный рост и компенсирует рост вращательной энергии для легких ядер в седловой точке, а для тяжелых в точке разрыва. Исходя из этого в [6, 8] делается вывод, что энергия вращения делящегося ядра, по-видимому, в большей степени релаксирует в угловой момент (спин) осколков и высвобождается на поздних стадиях путем эмиссии  $\gamma$ -квантов из них. Верхняя оценка чувствительности составила  $d\langle E_K \rangle / dl^2 \leq 0,3 \text{ кэВ} \cdot \hbar^{-2}$ .

На рис. 2 представлены результаты наших расчетов средней кинетической энергии осколков деления для трех составных систем Cm, Pt и Yb при двух значениях исходных температур. Хорошо заметна слабая зави-

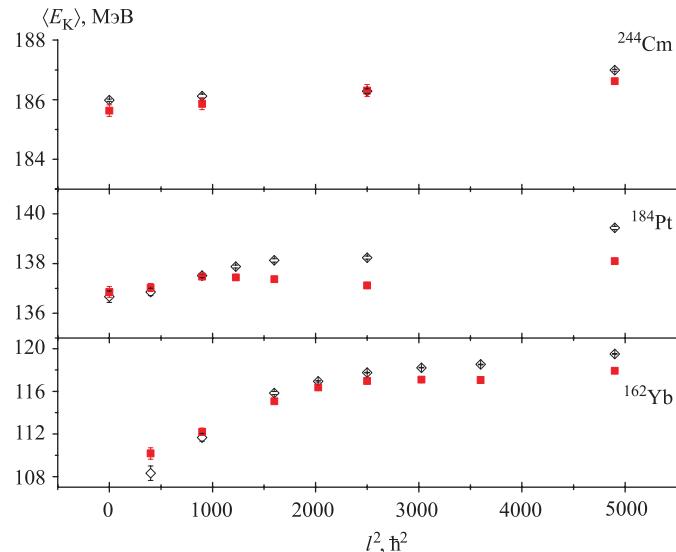


Рис. 2. Средняя кинетическая энергия для трех составных систем Cm, Pt и Yb при двух значениях исходных температур как функция углового момента. Открытыми ромбами показаны значения  $\langle E_K \rangle$  при  $T = 2 \text{ МэВ}$ , закрашенными квадратами — при  $T = 3,1 \text{ МэВ}$

симость рассчитанной нами  $\langle E_K \rangle$  от энергии возбуждения и углового момента. Наша верхняя оценка  $d\langle E_K \rangle / dl^2 \leq 0,5 \text{ кэВ}\cdot\hbar^{-2}$  для тяжелых и средних ядер хорошо согласуется с экспериментальной [6, 8], где она составила  $d\langle E_K \rangle / dl^2 \leq 0,3 \text{ кэВ}\cdot\hbar^{-2}$ . В случае Yb получаемое нами значение много больше —  $d\langle E_K \rangle / dl^2 \simeq 13,8 \text{ кэВ}\cdot\hbar^{-2}$ , однако отметим, что в экспериментальных работах [6, 8] при анализе  $\langle E_K \rangle$  системы легче  $^{186}\text{Pt}$  и  $^{186}\text{Os}$  не рассматривались. Абсолютная величина коэффициента  $|d\langle E_K \rangle / dE^*|$  в наших

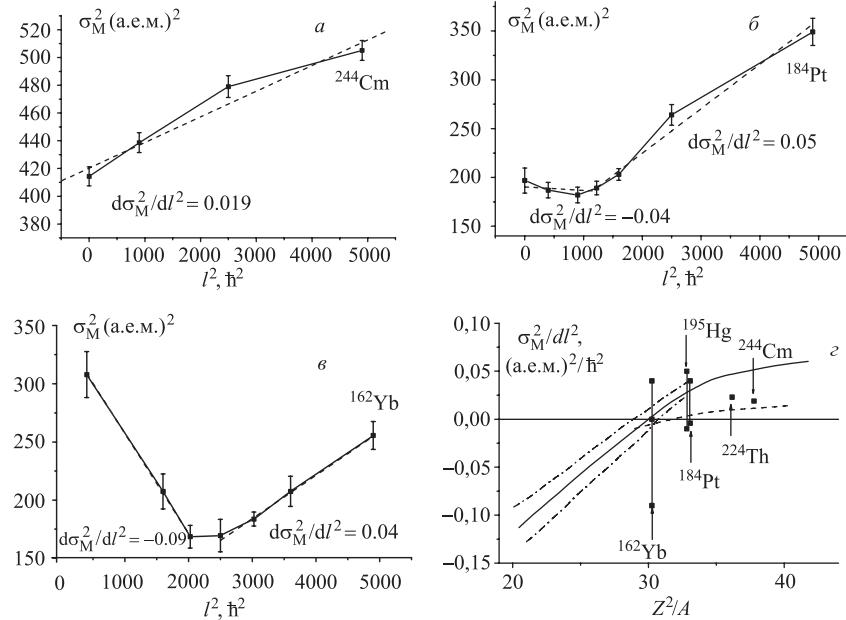


Рис. 3. а–в) Зависимость дисперсии массового распределения от  $l^2$  для  $^{244}\text{Cm}$ ,  $^{184}\text{Pt}$  и  $^{162}\text{Yb}$  (сплошная линия) и линейная аппроксимация зависимости (штриховая линия). Рядом указаны коэффициенты линейной аппроксимации. г) На графике отмечены итоговые результаты в виде зависимости  $d\sigma_M^2 / dl^2$  от  $Z^2/A$ . Закрашенные квадраты, соединенные линиями, — это результаты наших расчетов. Стрелками указано, какому составному ядру соответствуют данные квадраты. Для каждого из ядер  $^{162}\text{Yb}$ ,  $^{195}\text{Hg}$  и  $^{184}\text{Pt}$  несколько закрашенных квадратов соответствуют нескольким значениям коэффициента  $d\sigma_M^2 / dl^2$ . Три значения данного коэффициента для ядра  $^{162}\text{Yb}$  и два для  $^{184}\text{Pt}$  отражают изменения в характере зависимости  $\sigma_M^2$  от  $l^2$ . Сплошная кривая — оценка коэффициента  $d\sigma_M^2 / dl^2$  на основе экспериментальных данных [7]. Штрихпунктирные кривые показывают пределы погрешности этой оценки. Штриховая кривая — результаты теоретических расчетов группы Адеева с помощью уравнений Фоккера–Планка [12]

расчетах не превысила 0,024 — наибольшего значения, полученного нами при делении  $^{162}\text{Yb}$  при  $l = 0\hbar$ . Если же ограничиться тяжелыми и средними

деляющимися ядрами, то по абсолютной величине  $|d\langle E_K \rangle / dE^*| \leq 0,017$ , что тоже близко к верхней оценке данного коэффициента  $d\langle E_K \rangle / dE^* = 0,01 - 0,02$ , полученной в работах [6, 7].

Перейдем к обсуждению дисперсий энергетического и массового распределений. На рис. 3 и 4 изображена зависимость дисперсий массового  $\sigma_M^2$  и энергетического распределений  $\sigma_{E_K}^2$  от углового момента для трех ядерных

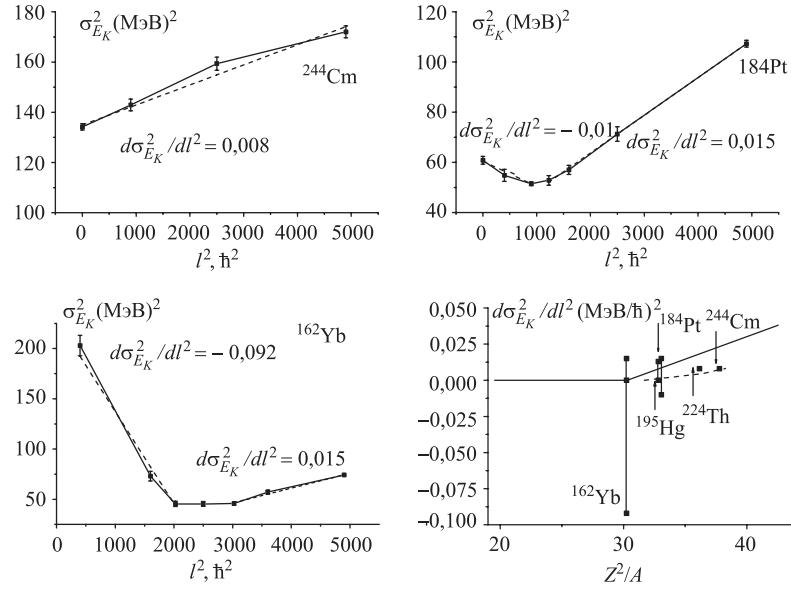


Рис. 4. Зависимость дисперсии энергетического распределения от  $l^2$  для  $^{244}\text{Cm}$ ,  $^{184}\text{Pt}$  и  $^{162}\text{Yb}$  (сплошная линия) и линейная аппроксимация зависимости (штриховая линия). Рядом указаны коэффициенты линейной аппроксимации. Остальные обозначения — аналогично рис. 3

систем Cm, Pt и Yb. У обеих зависимостей общие характерные особенности, и все, отмеченное ниже для дисперсии энергетического распределения, относится и к дисперсии массового. Поэтому рассмотрим подробно только зависимость  $\sigma_{E_K}^2$  от  $l^2$ , тем более, зависимость от углового момента  $\sigma_M^2$  подробно рассмотрена в предыдущей работе [19]. Хорошо видно из рис. 4, что для ядер Pt и Yb зависимость  $\sigma_{E_K}^2$  от  $l$  имеет сложный характер, а коэффициент  $d\sigma_{E_K}^2/dl^2$  даже меняет знак. Мы аппроксимировали зависимость дисперсии энергетического распределения от  $l^2$  на участках монотонной зависимости линейными функциями и определили величину коэффициента  $d\sigma_{E_K}^2/dl^2$ . Именно поэтому на рис. 4, 2, где проводится сравнение с экспериментальными данными [7] (сплошная кривая) и даны результаты теоретических расчетов группы Адеева в рамках диффузационной модели [12] (штриховая кривая), на-

шим результатам по Pt, Yb и Hg (закрашенные квадраты) соответствует несколько символов.

Как уже отмечалось в [19], коэффициенты чувствительности  $d\sigma_M^2/dl^2$  практически не зависят от начальной температуры (исходной энергии возбуждения) составного ядра. В случае дисперсии энергетического распределения можно отметить следующее: характер зависимости  $\sigma_{E_K}^2$  от  $l^2$  остается неизменным для исследуемого нами диапазона температур  $T_{\text{init}} = 2\text{--}3\text{МэВ}$ , а коэффициент зависимости  $d\sigma_{E_K}^2/dl^2$  более чувствителен к изменению исходной температуры и варьируется в диапазоне 20–30 %.

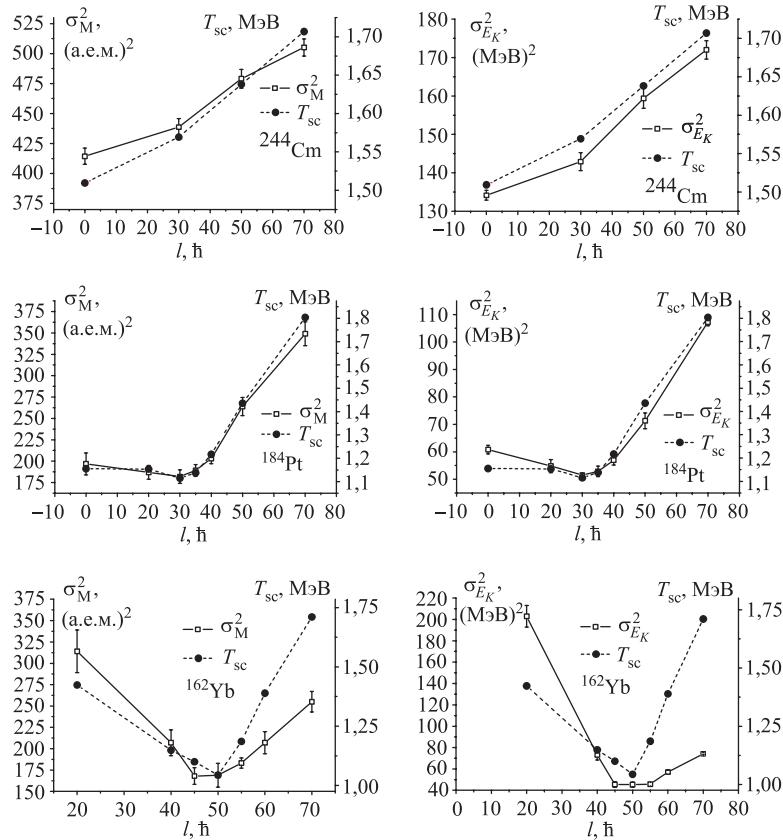


Рис. 5. Дисперсии массового (слева) и энергетического (справа) распределений (открытые квадраты) и температура в разрыве (круги) для  $^{244}\text{Cm}$ ,  $^{184}\text{Pt}$ , and  $^{162}\text{Yb}$  как функция углового момента

Как было показано в [19], объяснить обнаруженную зависимость  $\sigma_M^2$  от  $l^2$  можно рассмотрев зависимость средней температуры ядра в разрыве  $\langle T_{sc} \rangle$  от углового момента.

На рис. 5 хорошо видна корреляция между зависимостями  $\sigma_M^2$  и  $\langle T_{sc} \rangle$  от углового момента. В том диапазоне  $l$ , где убывает  $\langle T_{sc} \rangle$ , убывает и дисперсия  $\sigma_M^2$ . Если  $\langle T_{sc} \rangle$  практически постоянна, то слабо меняется и  $\sigma_M^2$ . Росту средней температуры ядра в разрыве с увеличением  $l$  соответствует рост дисперсии МР. На том же рис. 5 видна подобная корреляция и между  $\langle T_{sc} \rangle$  и  $\sigma_{E_K}^2$ .

Фактически среднюю температуру ядра в разрыве  $\langle T_{sc} \rangle$  в наших расчетах определяет энергия, которую унесут испарившиеся в процессе деления предразрывные нейтроны. Чем больше нейtronов ядро успело испустить перед тем как поделиться, тем ниже будет его температура в момент распада на осколки. В работе [19] был проведен детальный анализ зависимости  $\langle T_{sc} \rangle$  от  $l$  для исследуемых и в настоящей работе ядер. Было показано, что объяснить наблюдаемую в наших расчетах зависимость средней температуры в разрыве от  $l$  можно, рассмотрев процесс конкуренции между двумя каналами: нейтронным и делительным. Было показано, что обнаруженную зависимость средней множественности предразрывных нейtronов можно объяснить, рассмотрев соотношение между делительной и нейтронной ширинами в зависимости от  $l$  в испарительном каскаде исходного ядра. Все детали этого анализа подробно описаны в [19].

## ВЫВОДЫ И ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе представлены результаты первых полномасштабных трехмерных ланжевеновских расчетов, в которых рассматривался вопрос влияния углового момента составного ядра на двумерное массово-энергетическое распределение, среднюю кинетическую энергию осколков  $\langle E_K \rangle$  и дисперсию массового и энергетических распределений  $\sigma_M^2$  и  $\sigma_{E_K}^2$ . В данной работе эти результаты обобщены и продемонстрирован схожий характер зависимостей от углового момента дисперсий как массового, так и энергетического распределения. Обе зависимости могут быть объяснены в одних и тех же терминах зависимости средней температуры ядра в разрыве от углового момента.

Изучено влияние как углового момента, так и энергии возбуждения исходного составного ядра на среднее значение энергии осколков деления  $\langle E_K \rangle$ . Верхняя граница оценки коэффициента зависимости  $\langle E_K \rangle$  от  $l$  составила  $d\langle E_K \rangle / dl^2 \leq 0,5 \text{ кэВ} \cdot \hbar^{-2}$ . Можно отметить также слабую зависимость кинетической энергии осколков и от исходной энергии возбуждения. Оценка верхней границы  $d\langle E_K \rangle / dE^*$  по абсолютной величине составила  $|d\langle E_K \rangle / dE^*| \leq 0,017$ . Обе приведенные оценки находятся в хорошем согласии с результатами экспериментальных анализов [6, 7].

Для изученных трех групп ядер мы оценили коэффициенты чувствительности  $d\sigma_M^2/dl^2$  и  $d\sigma_{E_K}^2/dl^2$ . Оказалось, что для средних и легких делящихся ядер эти коэффициенты являются функциями углового момента, а результаты можно суммировать следующим образом:

1.  $d\sigma_M^2/dl^2(d\sigma_{E_K}^2/dl^2) > 0$  для тяжелых делящихся ядер ( $^{244}\text{Cm}$  и  $^{224}\text{Th}$  в наших расчетах);
2. Для средних делящихся ядер ( $^{184}\text{Pt}$  и  $^{195}\text{Hg}$ )  $d\sigma_M^2/dl^2(d\sigma_{E_K}^2/dl^2) \simeq 0$  при угловом моменте  $l = 0\text{--}35\hbar$  и  $l = 0\text{--}40\hbar$  соответственно и  $d\sigma_M^2/dl^2(d\sigma_{E_K}^2/dl^2) > 0$  для этих ядер при  $l > 35\hbar$  и  $l > 40\hbar$  соответственно;
3. Для легких делящихся ядер (ядро  $^{162}\text{Yb}$  в наших расчетах)  $d\sigma_M^2/dl^2(d\sigma_{E_K}^2/dl^2) < 0$  при  $l = 0\text{--}45\hbar$ ,  $d\sigma_M^2/dl^2(d\sigma_{E_K}^2/dl^2) \simeq 0$  при  $l = 45\text{--}50\hbar$  и  $d\sigma_M^2/dl^2(d\sigma_{E_K}^2/dl^2) > 0$  при  $l > 50\hbar$ .

Эти неравенства иллюстрируют широко известный факт, что вращающееся ядро может быть эффективно рассмотрено как более тяжелое невращающееся ядро. Было установлено, что коэффициент чувствительности  $d\sigma_M^2/dl^2$  слабо зависит от исходной температуры (или энергии возбуждения) составного ядра в диапазоне  $T_{\text{init}} = 2\text{--}3$  МэВ. В случае зависимости дисперсии энергетического распределения от  $l$  можно отметить, что в исследованном диапазоне температур коэффициент  $d\sigma_{E_K}^2/dl^2$  варьируется в пределах 20–30 %.

Анализ, проведенный в настоящей и нашей предыдущей работе, показывает, что для объяснения обнаруженных зависимостей дисперсий массового и энергетического распределения от углового момента необходимо рассмотреть вопрос зависимости средней температуры ядра в разрыве  $\langle T_{\text{sc}} \rangle$  от  $l$ . Было обнаружено, что не удается объяснить полученные зависимости от величины углового момента, опираясь только на статические характеристики свободной энергии ядра (например, устойчивость ядра относительно масс-асимметричных вариаций формы). Детальный анализ зависимости  $\langle T_{\text{sc}} \rangle$  от  $l$  был проведен в работе [19] и было показано, что она определяется испарением нейтронов из исходного составного ядра в процессе деления. В свою очередь, зависимость  $\langle n_{\text{pre}} \rangle$  от  $l$  была рассмотрена в [19] в терминах конкуренции между делительным и нейтронным каналами распада, которая задается соотношением между нейтронной и делительной ширинами в испарительном каскаде исходного ядра и зависимостью этого соотношения от углового момента.

Таким образом, мы приходим к выводу, что роль динамики протекания процесса деления, а также испарения частиц очень важна. Обнаруженные в настоящей работе зависимости дисперсий массового и энергетического распределений от углового момента удается объяснить, только учитя при анализе

дополнительно среднюю температуру ядра в разрыве и среднюю множественность предразрывных частиц.

## БЛАГОДАРНОСТИ

Авторы выражают искреннюю признательность А. Я. Русанову за ценные замечания и предложения, а также А. А. Даниловой за внимательное чтение рукописи.

## ЛИТЕРАТУРА

1. *Bor O., Моттельсон Б.* Структура атомного ядра. Т. 2. Пер. с англ. М.: Мир, 1977. С. 534.
2. *Kolomietz V.M., Shlomo S.* Nuclear Fermi-liquid drop model // Phys. Rep. 2004. V. 390. P. 133–233.
3. *Иткис М. Г. и др.* Симметричное и асимметричное деление ядер легче тория // ЭЧАЯ. 1988. Т. 99, Вып. 4. С. 701–784.
4. *Nix J.R., Swiatecki W.J.* Studies in the liquid-drop theory of nuclear fission // Nucl. Phys. A 1965. V. 71. P. 1–94.
5. *Nix J.R.* Further studies in the liquid-drop theory of nuclear fission // Nucl. Phys. A. 1969. V. 130. P. 241–292.
6. *Чубарян Г. Г. и др.* Массово-энергетическое распределения осколков и угловой момент при делении возбужденных ядер // ЯФ. 1993. Т. 56. Вып. 3. С. 3–29.
7. *Иткис М. Г. и др.* Деление возбужденных ядер с  $Z^2/A = 20 - 33$ : массово-энергетическое распределение осколков, угловой момент и капельная модель // Ядерная физика 1995. Т. 58. С. 2140–2165.
8. *Иткис М. Г., Русанов А. Я.*, Деление нагретых ядер в реакциях с тяжелыми ионами: статические и динамические аспекты // ЭЧАЯ. 1998. Т 29, Вып. 2. С. 389–488.
9. *Gregoire C., Scheuter F.*, Mass distribution of heavy ion fission within a dynamical treatment // Z. Phys. A. 1981. V. 303. P. 337–338.
10. *Faber M.E.* The mass distribution width of heavy-ion fission for various composite systems // Z. Phys. 1980. V. 297. P. 277278;  
*Faber M.E.* Influence of angular momentum on mass distribution of heavy-ion-induced fission // Phys. Rev. 1981. V. 24. P. 1047–1054.

11. *Glagola B. G., Back B. B., Betts R. R.* Effects of large angular momenta on the fission properties of Pt isotopes // Phys. Rev. 1984. V. 29. P. 486–497.
12. Адеев Г.Д. и др., Диффузионная модель формирования распределений осколков деления // ЭЧАЯ. 1988. Т. 19, Вып. 6. С. 1229–1298.
13. *Abe Y., Ayik S., Reinhard P.G., Suraud E.*, On stochastic approaches of nuclear dynamics // Phys. Rep. 1996. V. 275. P. 49–196.
14. Адеев Г.Д. и др. Многомерный стохастический подход к динамике деления возбужденных ядер // ЭЧАЯ. 2005. Т. 36, Вып. 4. С. 732–820.
15. *Karpov A. V. et al.* Three-dimensional Langevin calculations of fission fragment mass-energy distribution from excited compound nuclei // Phys. Rev. C. 2001. V. 63. P. 054610.
16. *Nadtochy P. N., Adeev G. D., Karpov A. V.* More detailed study of fission dynamics in fusion-fission reactions within a stochastic approach // Phys. Rev. C. 2002. V. 65. P. 064615.
17. *Mavlitov N. D., Fröbrich P., Gontchar I. I.* Combining a Langevin description of heavy-ion induced fission including neutron evaporation with the statistical model // Z. Phys. A. 1992. V. 342. P. 195–198
18. *Fröbrich P., Gontchar I. I.* What are sensitive probes for nuclear friction in heavy-ion induced fission? // Nucl. Phys. A. 1993. V. 563. P. 326–348.
19. *Ryabov E. G., Karpov A. V., Adeev G. D.* Influence of angular momentum on fission fragment mass distribution: Interpretation within Langevin dynamics // Nucl. Phys. A. 2006. V. 765. P. 39–60.
20. *Karpov A. V., Nadtochy P. N., Ryabov E. G., Adeev G. D.* Consistent application of the finite-range liquid-drop model to Langevin fission dynamics of hot rotating nuclei // J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. 2003. P. 2365–2380.
21. Рябов Е.Г., Адеев Г.Д. Статические и статистические характеристики нагретых ядер в макроскопической температурно-зависимой модели, учитывающей конечность ядерных сил // Ядерная Физика 2005. Т. 68. С. 1583–1598.
22. *Brack M. et al.* Funny Hills: The shell correction approach to nuclear shell effects and its applications to the fission process // Rev. Mod. Phys. 1972. V. 44, num. 2, P. 320–405.
23. *Fröbrich P., Gontchar I. I.* Langevin description of fusion, deep-inelastic collisions and heavy-ion induced fission // Phys. Rep. 1998. V. 292. P. 131–237.
24. *Nix J. R., Sierk A. J.* Proc. of the International School-Seminar on Heavy Ion Physics, Dubna, USSR, 1986, edited by M. I. Zarubina and E. V. Ivashkevich (JINR, Dubna, 1987), P. 453;  
*Nix J. R.* Summary: Our 50-year odyssey with fission// Nucl. Phys. A. 1989. V. 502. P. 609–630.

25. *Nix J.R., Sierk A.J.* Proc. of the Sixth Adriatic Conference on Nuclear Physics: Frontiers of Heavy Ion Physics, Dubrovnik, Yugoslavia, 1987, edited by N. Cindro, R. Caplar, and W. Greiner (World Scientific, Singapore, 1990), P. 333.
26. *Davies K.T.R., Sierk A.J., Nix J.R.* Effect of viscosity on the dynamics of fission // Phys. Rev. C. 1976. V. 13. P. 2385–2403;  
*Nix J.R., Sierk A.J.* Dynamics of fission and heavy ion reactions // Nucl. Phys. A. 1984. V. 428. P. 161–175.
27. *Nadtochy P.N., Adeev G.D.* Dynamical interpretation of average fission-fragment kinetic energy systematics and nuclear scission // Phys. Rev. C. 2005. V. 72. P. 054608.
28. *Viola V.E., Kwiatkowski K., Walker M.* Systematics of fission fragment total kinetic energy release // Phys. Rev. C. 1985. V. 31. P. 1550–1552.
29. *Davies K.T.R. et al.* Rupture of the neck in nuclear fission // Phys. Rev. C. 1977. V. 16. P. 1890–1901.
30. *Strutinsky V.M., Lyashenko N.Y., Popov N.A.* Symmetrical shapes of equilibrium for a liquid drop model // Nucl. Phys. 1963. V. 1963. P. 639–659.
31. *Brosa U., Grossmann S., Muller A.* Nuclear fission // Phys. Rep. 1990. V. 197. P. 167–262.
32. *Weisskopf V.* Statistics and nuclear reactions // Phys. Rev. 1937. V. 52. P. 295–303.
33. *Iljinov A.S. et al.* Phenomenological statistical analysis of level densities, decay width and lifetimes of excited nuclei // Nucl. Phys. A. 1992. V. 543. P. 517–557.
34. *Junghans A.R. et al.* Projectile-fragment yields as a probe for the collective enhancement in the nuclear level density // Nucl. Phys. A. 1998. V. 629. P. 635–655.
35. *Krappe H.J.* Temperature dependence of the nuclear free energy based on a finite-range mass formula // Phys. Rev. 1999. C59. 2640.
36. *Carjan N., Kaplan M.* Asymmetric fission of  $^{149}\text{Yb}$  from the finite-range, rotating-liquid-drop model: Mean total kinetic energies for binary fragmentation // Phys. Rev. C. 1992. V. 45. № 5. P. 2185–2195.
37. *Sanders S.J., Szanto de Toledo A., Beck C.* Binary decay of light nuclear systems // Phys. Rep. 1999. V. 311. P. 487–551.

Получено 19 декабря 2005 г.

Редактор *М. И. Зарубина*

Подписано в печать 10.03.2006.

Формат 60 × 90/16. Бумага офсетная. Печать офсетная.  
Усл. печ. л. 1,06. Уч.-изд. л. 1,32. Тираж 290 экз. Заказ № 55258.

Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований  
141980, г. Дубна, Московская обл., ул. Жолио-Кюри, 6.

E-mail: [publish@pds.jinr.ru](mailto:publish@pds.jinr.ru)  
[www.jinr.ru/publish/](http://www.jinr.ru/publish/)