

P4-2008-63

В. К. Игнатович, Ф. Раду*

ОТРАЖЕНИЕ НЕЙТРОНОВ ОТ МАГНИТНЫХ СИСТЕМ
С ВЕЕРОПОДОБНОЙ НАМАГНИЧЕННОСТЬЮ

*BESSY, GmbH, Берлин, Германия

Игнатович В. К., Раду Ф. P4-2008-63
Отражение нейтронов от магнитных систем
с веероподобной намагниченностью

Найдены аналитические выражения для отражения и пропускания нейтронов магнитными зеркалами с веероподобной намагниченностью. Приведены кривые отражения с переворотом и без переворота спина нейтронов. Демонстрируются резонансные свойства таких систем.

Работа выполнена в Лаборатории нейтронной физики им. И. М. Франка ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна, 2008

Ignatovich V. K., Radu F. P4-2008-63
Reflection of Neutrons from Magnetic Systems
with Fan-Like Magnetization

Analytical solution for neutron reflection and transmission of magnetic mirrors with fan-like magnetization is found. The dependence of reflection and transmission curves on neutron speed is shown. Resonant properties of fan-like systems are analysed.

The investigation has been performed at the Frank Laboratory of Neutron Physics, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna, 2008

ВВЕДЕНИЕ

Изучение отражения нейтронов от многослойных магнитных и немагнитных систем относится к наноструктурным исследованиям. Многослойные магнитные системы с переменной в пространстве намагниченностью могут быть приготовлены искусственно путем последовательного напыления слоев с различными коэрцитивными свойствами, или они могут возникать естественным образом в достаточно толстых слоях под действием анизотропных обменных сил [1–4]. Хорошим примером может служить магнитно-мягкий материал, напыленный на магнитно-жесткий, когда последний намагничен в направлении, отличном от направления внешнего поля. В этом случае внутри мягкого магнитного вещества происходит разделение на слои с различной намагниченностью, которая поворачивается от направления, почти параллельного внешнему магнитному полю, до направления намагниченности жесткого магнетика. Этот поворот может идти по спирали, и тогда мы имеем геликоидальную систему, или разворот может происходить в одной плоскости, например в плоскости, содержащей направления внутреннего, внешнего полей и вектора нормали. Тогда поля в мягком магнетике располагаются веером.

Отражения от спирального магнетика исследованы в работе [5]. Здесь рассматривается отражение от веероподобных магнетиков. Показывается, что геликоидальные и веероподобные магнетики по своим отражающим свойствам почти ничем не отличаются. Для обоих типов магнетиков существует одна характерная черта — резонансный переворот спина в некотором интервале значений нормальной компоненты волнового вектора падающего нейтрона.

В следующем разделе представлено решение уравнения Шредингера для однородной среды с веерообразной намагниченностью. В разделе 2 получено решение для отражения нейтронов от полубесконечного веерообразного магнетика в произвольном внешнем поле B_0 и приведены результаты расчета для $B_0 = 0$. В разделе 3 получено аналитическое выражение для отражения и пропускания веерообразного магнетика конечной толщины. В разделе 4 приводятся результаты расчета для отражения с переворотом и без переворота спина при $B_0 \neq 0$. Показывается, что резонансная составляющая присутствует во всех компонентах. В разделе 5 приводятся расчеты для отражения

от комбинации жесткого и мягкого магнетиков, когда первичный нейтрон падает со стороны жесткого или со стороны мягкого магнетика. Кривые отражения качественно согласуются с экспериментальными, полученными в работе [2]. В разделе 6 рассматривается случай, когда помимо веерообразно вращающегося магнитного поля в магнетике имеется еще составляющая, параллельная оси вращения.

1. РАСПРОСТРАНЕНИЕ НЕЙТРОНА В ОДНОРОДНОЙ СРЕДЕ С ВЕЕРООБРАЗНОЙ НАМАГНИЧЕННОСТЬЮ

Рассмотрим полубесконечное ($z > 0$) плоское зеркало, помещенное в произвольное внешнее однородное магнитное поле \mathbf{B}_0 . Ось z направим по внутренней нормали к поверхности зеркала. Допустим, что магнитная индукция внутри него состоит из двух компонент: одна — постоянная, $\mathbf{B} = B(1, 0, 0)$, параллельна оси x , а другая — $\mathbf{b} = b(0, \cos(2qz), \sin(2qz))$ — вращается в плоскости (y, z) против часовой стрелки вокруг оси x (множитель 2 выделен ради удобства). Такое магнитное зеркало будем называть веерообразной системой, и наша задача состоит в том, чтобы найти отражение и пропускание нейтронов таким зеркалом с переворотом и без переворота спина.

Для решения поставленной задачи необходимо сначала найти решение одномерного стационарного уравнения Шредингера внутри среды, которое мы будем записывать в виде

$$\left(\frac{d^2}{dz^2} - u_0 - 2b[\sigma_y \cos(2qz + 2\varphi) + \sigma_z \sin(2qz + 2\varphi)] - 2B\sigma_x + k^2 \right) |\psi(z)\rangle = 0, \quad (1)$$

где $\sigma_{x,y,z}$ — матрицы Паули, u_0 — ядерный оптический потенциал вещества с включенным в него множителем $2m/\hbar^2$, и магнитные поля определены с множителем $m\mu/\hbar^2$ (m — масса нейтрона, а μ — абсолютная величина магнитного момента нейтрона). Для большей общности здесь введена фаза 2φ , которая характеризует угол поля \mathbf{b} относительно оси y в точке $z = 0$. Сначала, для простоты, мы рассмотрим случай, когда поле \mathbf{B} вдоль оси вращения x равно нулю. В дальнейшем мы увидим, в чем состоит усложнение, когда $\mathbf{B} \neq 0$.

Для решения уравнения (1) воспользуемся легко проверяемым соотношением

$$\begin{aligned} \sigma_y \cos(2qz + 2\varphi) + \sigma_z \sin(2qz + 2\varphi) = \\ = \exp(-i\sigma_x(qz + \varphi)) \sigma_y \exp(i\sigma_x(qz + \varphi)) \end{aligned} \quad (2)$$

и в уравнение (1) подставим $|\psi(z)\rangle$ в виде

$$|\psi(z)\rangle = \exp(-i\sigma_x(qz + \varphi)) |\phi(z)\rangle. \quad (3)$$

В результате получим уравнение для $|\phi(z)\rangle$:

$$\left(\frac{d^2}{dz^2} - 2iq\sigma_x \frac{d}{dz} - u_0 - 2b\sigma_y + k^2 - q^2 \right) |\phi(z)\rangle = 0. \quad (4)$$

Волна, уходящая от границы раздела внутрь вещества, представима в виде

$$|\phi(z)\rangle = \exp(i[a + \tilde{\mathbf{p}}\boldsymbol{\sigma}]z) |\chi\rangle \quad (5)$$

с четырьмя неизвестными параметрами a и $\tilde{\mathbf{p}}$, где $\boldsymbol{\sigma} = (\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z)$ — вектор матриц Паули,

$$|\chi\rangle = |\phi(0)\rangle = \exp(i\sigma_x\varphi) |\psi(0)\rangle, \quad (6)$$

а $|\psi(0)\rangle$ — спиновое состояние падающего нейтрона с произвольной поляризацией.

Подставив (6) в (5) и далее в (3), получим

$$\begin{aligned} |\psi(z)\rangle &= \exp(-i\sigma_x(qz + \varphi)) \times \\ &\times \exp(i[a + \tilde{\mathbf{p}}\boldsymbol{\sigma}]z) \exp(i\sigma_x\varphi) |\psi(0)\rangle = \\ &= \exp(-i\sigma_x qz) \exp(i[a + \tilde{\mathbf{p}}_\varphi\boldsymbol{\sigma}]z) |\psi(0)\rangle, \end{aligned} \quad (7)$$

где

$$\tilde{\mathbf{p}}_\varphi\boldsymbol{\sigma} = \exp(-i\sigma_x\varphi) \tilde{\mathbf{p}}\boldsymbol{\sigma} \exp(i\sigma_x\varphi). \quad (8)$$

Чтобы найти параметры a и $\tilde{\mathbf{p}}$, подставим выражение (5) в уравнение (4). В результате получим уравнение вида $M|\phi(z)\rangle = 0$ с постоянной матрицей M . Это уравнение выполняется при любых z , если $M = 0$, т. е.

$$-a^2 - \tilde{\mathbf{p}}^2 - 2a\tilde{\mathbf{p}}\boldsymbol{\sigma} + 2q\sigma_x(a + \tilde{\mathbf{p}}\boldsymbol{\sigma}) - u_0 - 2b\sigma_y + k^2 - q^2 = 0. \quad (9)$$

Последнее соотношение эквивалентно четырем уравнениям

$$-a^2 - \tilde{\mathbf{p}}^2 + 2q\tilde{p}_x - u_0 + k^2 - q^2 = 0, \quad (10)$$

$$-2a\tilde{p}_x + 2qa = 0, \quad -2a\tilde{p}_y - 2iq\tilde{p}_z - 2b = 0, \quad -2a\tilde{p}_z + 2iq\tilde{p}_y = 0. \quad (11)$$

Из трех последних уравнений следует

$$\vec{p}_x = q, \quad \vec{p}_y = \frac{ab}{q^2 - a^2}, \quad \vec{p}_z = i \frac{qb}{q^2 - a^2}. \quad (12)$$

Подставив эти выражения в (10), получим уравнение для a

$$-a^2 + q^2 - \frac{b^2}{a^2 - q^2} - u_0 + k^2 - q^2 = 0, \quad (13)$$

решение которого равно

$$a = \sqrt{q^2 + \frac{K^2 \pm \sqrt{K^4 - 4b^2}}{2}}, \quad (14)$$

где $K^2 = k^2 - u_0 - q^2$. Заметим, что

$$\frac{K^2 \pm \sqrt{K^4 - 4b^2}}{2} = \frac{1}{4} \left(\sqrt{K^2 - 2b} \pm \sqrt{K^2 + 2b} \right)^2, \quad (15)$$

и для определения правильного знака потребуем, чтобы при $b \rightarrow 0$ выражение $a + \vec{p} \sigma$ переходило в $\sqrt{k^2 - u_0}$. Из этого требования однозначно определяется знак плюс. Таким образом,

$$a = \sqrt{q^2 + \frac{1}{4} \left(\sqrt{K^2 - 2b} + \sqrt{K^2 + 2b} \right)^2}. \quad (16)$$

Подставив это выражение в (12), получим

$$\vec{p}_y = -\frac{a \left(\sqrt{K^2 - 2b} - \sqrt{K^2 + 2b} \right)^2}{4b}, \quad (17)$$

$$\vec{p}_z = -\frac{iq \left(\sqrt{K^2 - 2b} - \sqrt{K^2 + 2b} \right)^2}{4b}.$$

$$p^2 = \sqrt{q^2 + \frac{\left(\sqrt{K^2 - 2b} - \sqrt{K^2 + 2b} \right)^2}{4}}. \quad (18)$$

2. ОТРАЖЕНИЕ ОТ ПОЛУБЕСКОНЕЧНОГО ЗЕРКАЛА

Найдем теперь амплитуды отражения и преломления полубесконечного зеркала. Для этого волновую функцию (14) внутри среды нужно шить с внешней волновой функцией

$$\Psi(z) = \Theta(z < 0) \left(\exp \left(i \hat{\mathbf{k}}_0 z \right) + \exp \left(-i \hat{\mathbf{k}}_0 z \right) \hat{\mathbf{r}} \right) |\xi_0\rangle + \Theta(z > 0) \exp \left(-iq\sigma_x z \right) \exp \left(i \left[a + \vec{p}_\varphi \sigma \right] z \right) \hat{\mathbf{t}} |\xi_0\rangle, \quad (19)$$

которая содержит падающую плоскую волну в произвольном спиновом состоянии $|\xi_0\rangle$, а также отраженную с матричной амплитудой отражения $\hat{\mathbf{r}}$ и преломленную с матричной амплитудой $\hat{\mathbf{t}}$ волны, причем волновой вектор вне зеркала равен $\hat{\mathbf{k}}_0 = \sqrt{k^2 - 2\mathbf{B}_0\boldsymbol{\sigma}}$, где \mathbf{B}_0 — внешнее магнитное поле. Здесь введена ступенчатая Θ -функция, которая равна единице, когда неравенство в ее аргументе выполнено, и нулю в ином случае. Потребовав непрерывности функции (19) и ее производной в точке $z = 0$, получим уравнения [5]:

$$\begin{aligned} 1 + \hat{\mathbf{r}} &= \hat{\mathbf{t}}, \\ \hat{\mathbf{k}}_0[1 - \hat{\mathbf{r}}] &= [a - q\sigma_x + \vec{\mathbf{p}}'_\varphi\boldsymbol{\sigma}]\hat{\mathbf{t}} = (a + \vec{\mathbf{p}}'_\varphi\boldsymbol{\sigma})\hat{\mathbf{t}}, \end{aligned} \quad (20)$$

где

$$\vec{\mathbf{p}}'_\varphi\boldsymbol{\sigma} = e^{-i\sigma_x\varphi}(\vec{\mathbf{p}}'_y\sigma_y + \vec{\mathbf{p}}'_z\sigma_z)e^{i\sigma_x\varphi}. \quad (21)$$

Решение уравнений (20) равно

$$\hat{\mathbf{t}} = (\hat{\mathbf{k}}_0 + a + \vec{\mathbf{p}}'_\varphi\boldsymbol{\sigma})^{-1}2\hat{\mathbf{k}}_0, \quad (22)$$

$$\hat{\mathbf{r}} = (\hat{\mathbf{k}}_0 + a + \vec{\mathbf{p}}'_\varphi\boldsymbol{\sigma})^{-1}(\hat{\mathbf{k}}_0 - a - \vec{\mathbf{p}}'_\varphi\boldsymbol{\sigma}). \quad (23)$$

При $b = 0$ получаем

$$\hat{\mathbf{t}} = \frac{2\hat{\mathbf{k}}_0}{\hat{\mathbf{k}}_0 + k'}, \quad \hat{\mathbf{r}} = \frac{\hat{\mathbf{k}}_0 - k'}{\hat{\mathbf{k}}_0 + k'}, \quad k' = \sqrt{k^2 - u_0}, \quad (24)$$

что и естественно, поскольку при $b = 0$ вращение не играет никакой роли. Легко проверить, что в пределе $q = 0$ получаются формулы для отражения и преломления на поверхности зеркала с постоянной намагниченностью \mathbf{b} .

С помощью аналитического выражения (23) легко рассчитать зависимость коэффициентов отражения с переворотом и без переворота спина от волнового вектора k падающих нейтронов, когда ось квантования выбрана вдоль оси x . Будем обозначать спиновые состояния нейтрона, поляризованного вдоль и противоположно оси x , через $|\xi_{\pm x}\rangle$. Результаты расчета для случая $\mathbf{B}_0 = 0$ приведены на рис. 1. При расчетах за единицу длины волнового вектора принята величина \sqrt{b} , и выбраны параметры $u_0 = 4 - 0,0001i$, $q = 2$ и соответственно, $b = 1$. Главной особенностью полученных результатов является резонансный пик полного отражения с переворотом спина, отчетливо видный на рис. 1, *a*. Центр пика располагается в точке $k = \sqrt{u'_0 + q^2} = \sqrt{8}$, а ширина его равна $\delta k = \sqrt{u'_0 + q^2 + 2b} - \sqrt{u'_0 + q^2 - 2b} \approx 2b/\sqrt{u'_0 + q^2}$. Физическое объяснение происхождения этого пика такое же, как и в геликоидальном случае [5].

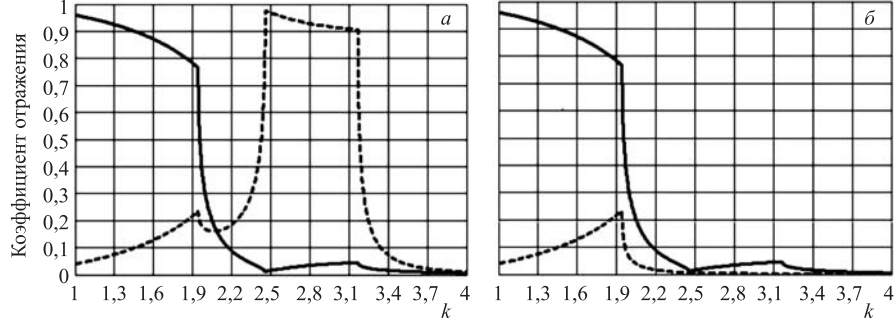


Рис. 1. Зависимость от волнового вектора k коэффициента отражения без переворота спина (сплошная кривая): а) $|\langle \xi_{-x} | R | \xi_{-x} \rangle|^2$; б) $|\langle \xi_{+x} | R | \xi_{+x} \rangle|^2$; и с переворотом (пунктирная кривая): а) $|\langle \xi_{+x} | R | \xi_{-x} \rangle|^2$; б) $|\langle \xi_{-x} | R | \xi_{+x} \rangle|^2$. Расчеты проводились при внешнем поле \mathbf{V}_0 , равном нулю, $u_0 = 4 - 0,0001 i$, $q = 2$ и $b = 1$

3. ОТРАЖЕНИЕ ОТ ЗЕРКАЛА КОНЕЧНОЙ ТОЛЩИНЫ

Чтобы рассчитать отражение от зеркала конечной толщины l , необходимо найти матрицы амплитуд отражения и пропускания границы раздела для волны, падающей изнутри вещества. Для этого рассмотрим волновую функцию нейтрона, распространяющегося налево внутри вещества:

$$|\psi(z)\rangle = \exp(-i\sigma_x(qz + \varphi)) \exp(-i[a + \vec{p}\sigma]z) \exp(i\sigma_x\varphi) |\psi(0)\rangle, \quad (25)$$

где $\vec{p} \neq \vec{p}$. Подставив ее в уравнение (1), получим

$$-a^2 - \vec{p}^2 - 2a\vec{p}\sigma - 2q\sigma_x(a + \vec{p}\sigma) - u_0 - 2b\sigma_y + k^2 - q^2 = 0. \quad (26)$$

Видим, что полученное уравнение отличается от (9) только знаком q . Таким образом, его решения равны:

$$\vec{p}_x = -q = -\vec{p}_x, \quad \vec{p}_y = \frac{ab}{q^2 - a^2} = \vec{p}_y, \quad \vec{p}_z = -i \frac{qb}{q^2 - a^2} = -\vec{p}_z. \quad (27)$$

Теперь мы можем записать полную волновую функцию для случая падения волны на границу раздела изнутри зеркала:

$$|\psi(z)\rangle = \Theta(z < 0) \exp(-i\hat{\mathbf{k}}_0 z) \hat{\mathbf{t}}' |\xi_0\rangle + \Theta(z > 0) \exp(-i\sigma_x q z) \left(\exp(-i[a + \vec{p}\sigma]z) + \exp(i[a + \vec{p}\sigma]z) \right) |\xi(0)\rangle. \quad (28)$$

Сшивка функции (28) на границе раздела дает

$$\hat{\mathbf{t}}' = \left[\hat{\mathbf{k}}_0 + a + \tilde{\mathbf{p}}'_\varphi \boldsymbol{\sigma} \right]^{-1} \left[2a + \tilde{\mathbf{p}}'_\varphi \boldsymbol{\sigma} + \bar{\mathbf{p}}'_\varphi \boldsymbol{\sigma} \right], \quad (29)$$

$$\hat{\mathbf{r}}' = \left[\hat{\mathbf{k}}_0 + a + \tilde{\mathbf{p}}'_\varphi \boldsymbol{\sigma} \right]^{-1} \left[a + \bar{\mathbf{p}}'_\varphi \boldsymbol{\sigma} - \hat{\mathbf{k}}_0 \right], \quad (30)$$

где $\bar{\mathbf{p}}'_\varphi \boldsymbol{\sigma} = \exp(-i\sigma_x \varphi) (\bar{p}_y \sigma_y + \bar{p}_z \sigma_z) \exp(i\sigma_x \varphi)$.

Чтобы записать отражение и пропускание пластинки конечной толщины l , необходимо найти отражение от второй поверхности раздела. Для этого удобно поместить начало координат в точку $z = l$. Волновая функция около этой точки равна

$$\begin{aligned} |\psi(z)\rangle = & \Theta(z < 0) \exp(-iq\sigma_x z) \\ & \left[\exp(-i[a + \bar{\mathbf{p}}_\varphi \boldsymbol{\sigma}]z) \hat{\mathbf{r}}'' + \exp(i[a + \bar{\mathbf{p}}_\varphi \boldsymbol{\sigma}]z) \right] |\xi_0\rangle + \\ & + \Theta(z > 0) \exp(i\hat{\mathbf{k}}_0 z) \hat{\mathbf{t}}'' |\xi_0\rangle, \quad (31) \end{aligned}$$

причем $\hat{\mathbf{t}}'' \neq \hat{\mathbf{t}}'$, $\hat{\mathbf{r}}'' \neq \hat{\mathbf{r}}'$ и угол φ иной, чем на входной поверхности. Условия сшивки приводят к выражениям

$$\hat{\mathbf{t}}'' = \left[\hat{\mathbf{k}}_0 + a + \bar{\mathbf{p}}'_\varphi \boldsymbol{\sigma} \right]^{-1} \left[2a + \bar{\mathbf{p}}'_\varphi \boldsymbol{\sigma} + \tilde{\mathbf{p}}'_\varphi \boldsymbol{\sigma} \right], \quad (32)$$

$$\hat{\mathbf{r}}'' = \left[\hat{\mathbf{k}}_0 + a + \bar{\mathbf{p}}'_\varphi \boldsymbol{\sigma} \right]^{-1} \left[a + \tilde{\mathbf{p}}'_\varphi \boldsymbol{\sigma} - \hat{\mathbf{k}}_0 \right]. \quad (33)$$

Отметим, что в точке $z = -l$, т.е. около входной поверхности, волна, отраженная от выходной границы, равна $\exp(iq\sigma_x l) \exp(i[a + \bar{\mathbf{p}}_\varphi \boldsymbol{\sigma}]l) \hat{\mathbf{r}}'' |\xi_0\rangle$.

Рассмотрим теперь отражение и пропускание пластинки толщиной l . Примем, что на входной поверхности $\varphi = 0$. Тогда у второй границы раздела $\varphi = ql$. Обозначим волну, падающую на вторую границу раздела, через $\hat{\mathbf{X}} |\xi_0\rangle$. Для $\hat{\mathbf{X}}$ можно составить уравнение

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{X}} = & \exp(-iq\sigma_x l) \exp(i(a + \bar{\mathbf{p}} \boldsymbol{\sigma})l) \hat{\mathbf{t}} + \\ & + \exp(-iq\sigma_x l) \exp(i[a + \bar{\mathbf{p}} \boldsymbol{\sigma}]l) \hat{\mathbf{r}}' + \\ & \exp(iq\sigma_x l) \exp(i[a + \bar{\mathbf{p}}_{qL} \boldsymbol{\sigma}]l) \hat{\mathbf{r}}'' \hat{\mathbf{X}}, \quad (34) \end{aligned}$$

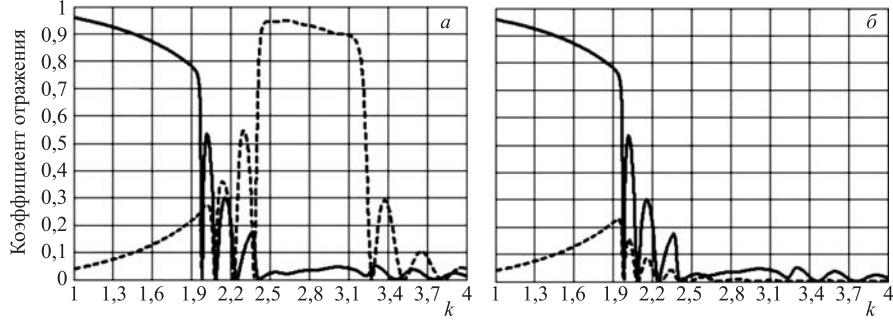


Рис. 2. Зависимость от k коэффициента отражения от зеркала толщины $l = 8$ без переворота спина (сплошная кривая): а) $|\langle \xi_{-x} | R | \xi_{-x} \rangle|^2$; б) $|\langle \xi_{+x} | R | \xi_{+x} \rangle|^2$; и с переворотом (пунктирная кривая): а) $|\langle \xi_{+x} | R | \xi_{-x} \rangle|^2$; б) $|\langle \xi_{-x} | R | \xi_{+x} \rangle|^2$. Параметры V_0 , u_0 , q и b такие же, как на рис. 1

которое имеет решение

$$\begin{aligned} \hat{X} = & \left[\mathbf{I} - \exp(-iq\sigma_x l) \exp\left(i \left[a + \vec{p}\sigma \right] l\right) \hat{r}' \right. \\ & \left. \exp(iq\sigma_x l) \exp\left(i \left[a + \vec{p}_{qL}\sigma \right] l\right) \hat{r}'' \right]^{-1} \times \\ & \times \exp(-iq\sigma_x l) \exp\left(i \left[a + \vec{p}\sigma \right] l\right) \hat{t}. \end{aligned} \quad (35)$$

С помощью \hat{X} строим матричные амплитуды отражения \hat{R} и пропускания \hat{T} :

$$\tilde{R} = \hat{r} + \hat{t}' \exp(iq\sigma_x l) \exp\left(i \left[a + \vec{p}_{qL}\sigma \right] l\right) \hat{r}'' \hat{X}, \quad \hat{T} = \hat{t}'' \hat{X}. \quad (36)$$

Аналитические выражения (36) позволяют легко рассчитать зависимость от k коэффициентов отражения и пропускания с переворотом и без переворота спина. Результаты расчета коэффициентов отражения для простейшего случая $V_0 = 0$ приведены на рис.2. В дополнение к тем параметрам, которые использовались раньше, введена еще толщина зеркала $l = 8$. При конечной толщине зеркала высота резонансного пика тем ниже, чем меньше толщина l .

4. КРИВЫЕ ОТРАЖЕНИЯ ПРИ $V_0 \neq 0$

При не равном нулю внешнем магнитном поле V_0 ось квантования необходимо выбирать вдоль V_0 . Если V_0 направлено вдоль оси y , то спиновые

состояния падающего нейтрона $|\xi_{\pm y}\rangle$ являются суперпозицией двух состояний $|\xi_{\pm x}\rangle$:

$$|\xi_{\pm y}\rangle = \frac{1 \pm i}{2} |\xi_{+x}\rangle + \frac{1 \mp i}{2} |\xi_{-x}\rangle. \quad (37)$$

Это значит, что амплитуды отражения с переворотом

$$\begin{aligned} R_{-+y} &\equiv \langle \xi_{-y} | \tilde{\mathbf{R}} | \xi_{+y} \rangle = \\ &= \frac{1+i}{2} \langle \xi_{+x} | \tilde{\mathbf{R}} | \xi_{+x} \rangle + \frac{1-i}{2} \langle \xi_{-x} | \tilde{\mathbf{R}} | \xi_{-x} \rangle + \\ &\quad + \frac{1}{2} \langle \xi_{-x} | \tilde{\mathbf{R}} | \xi_{+x} \rangle + \frac{1}{2} \langle \xi_{+x} | \tilde{\mathbf{R}} | \xi_{-x} \rangle, \end{aligned} \quad (38)$$

$$\begin{aligned} R_{+-y} &\equiv \langle \xi_{+y} | \tilde{\mathbf{R}} | \xi_{-y} \rangle = \\ &= \frac{1-i}{2} \langle \xi_{+x} | \tilde{\mathbf{R}} | \xi_{+x} \rangle + \frac{1+i}{2} \langle \xi_{-x} | \tilde{\mathbf{R}} | \xi_{-x} \rangle + \\ &\quad + \frac{1}{2} \langle \xi_{-x} | \tilde{\mathbf{R}} | \xi_{+x} \rangle + \frac{1}{2} \langle \xi_{+x} | \tilde{\mathbf{R}} | \xi_{-x} \rangle \end{aligned} \quad (39)$$

и без переворота спина

$$\begin{aligned} R_{++y} &\equiv \langle \xi_{+y} | \tilde{\mathbf{R}} | \xi_{+y} \rangle = \\ &= \frac{1}{2} \langle \xi_{+x} | \tilde{\mathbf{R}} | \xi_{+x} \rangle + \frac{1}{2} \langle \xi_{-x} | \tilde{\mathbf{R}} | \xi_{-x} \rangle + \\ &\quad + \frac{1+i}{2} \langle \xi_{-x} | \tilde{\mathbf{R}} | \xi_{+x} \rangle + \frac{1-i}{2} \langle \xi_{+x} | \tilde{\mathbf{R}} | \xi_{-x} \rangle, \end{aligned} \quad (40)$$

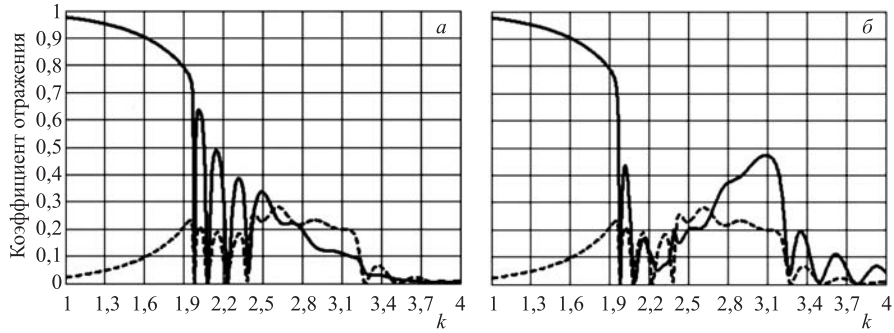


Рис. 3. Зависимость от k коэффициента отражения без переворота спина (сплошная кривая) и с переворотом (пунктирная кривая) во внешнем поле \mathbf{V}_0 величиной 0,1, направленном вдоль оси y при начальной поляризации: a — противоположной \mathbf{V}_0 и b — параллельной \mathbf{V}_0 . Параметры u_0 , q , l и b такие же, как на рис. 2

$$\begin{aligned}
R_{-y} &\equiv \langle \xi_{-y} | \tilde{\mathbf{R}} | \xi_{-y} \rangle = \\
&= \frac{1}{2} \langle \xi_{+x} | \tilde{\mathbf{R}} | \xi_{+x} \rangle + \frac{1}{2} \langle \xi_{-x} | \tilde{\mathbf{R}} | \xi_{-x} \rangle + \\
&\quad + \frac{1-i}{2} \langle \xi_{-x} | \tilde{\mathbf{R}} | \xi_{+x} \rangle + \frac{1+i}{2} \langle \xi_{+x} | \tilde{\mathbf{R}} | \xi_{-x} \rangle \quad (41)
\end{aligned}$$

всегда содержат слагаемое $\langle \xi_{+x} | \tilde{\mathbf{R}} | \xi_{-x} \rangle$. Таким образом, коэффициенты отражения всех типов содержат резонансный вклад для отражения с переворотом спина по отношению к оси x в нулевом внешнем поле $\langle \xi_{+x} | \tilde{\mathbf{R}} | \xi_{-x} \rangle$.

На рис. 3 представлены результаты расчета с переворотом и без переворота спина во внешнем поле $B_0 = 0,1$ вдоль оси y . Угол между внешним и внутренним полем у границы раздела полагался равным нулю. Результаты расчета показывают, что вероятность отражения с переворотом спина одинакова

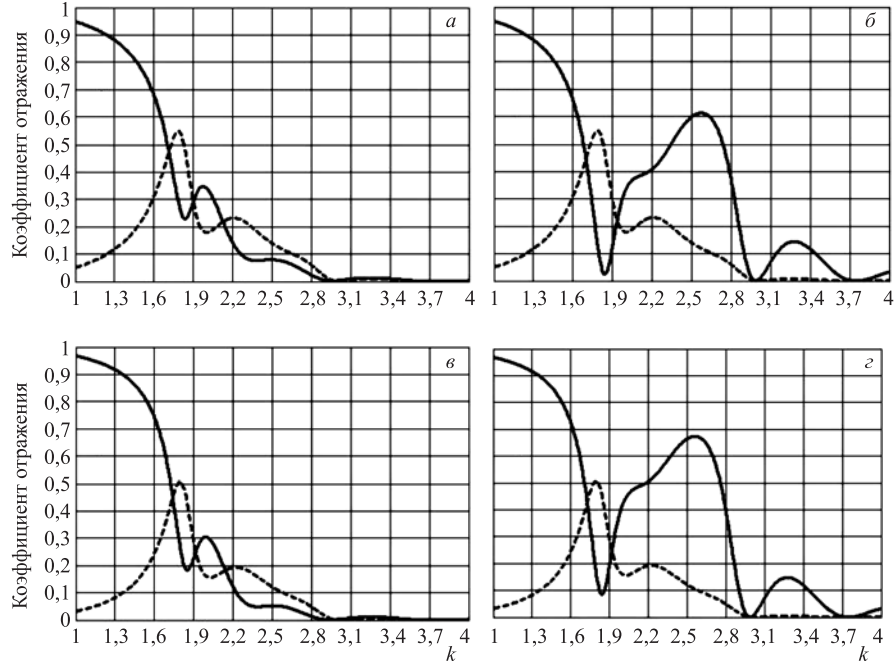


Рис. 4. Зависимость от k коэффициента отражения без переворота спина (сплошная кривая) и с переворотом (пунктирная кривая) во внешнем поле, направленном вдоль оси y : a, b — $B_0 = 0,1$, $\varphi = 0,2$; v, z — $B_0 = 0,2$, $\varphi = 0,1$. Поляризация падающего нейтрона: a, b — противоположна \mathbf{B}_0 ; v, z — параллельна \mathbf{B}_0 . При расчете использовались параметры $u_0 = 4 - 0,0001i$, $b = 1$, $q = 1$, $l = 3$

для обеих начальных поляризации. Из рисунков также видно, что коэффициент отражения без переверота спина также имеет резонансный максимум в области $\sqrt{u' + q^2 - 2b} \leq k \leq \sqrt{u' + q^2 + 2b}$.

В реальных магнетиках [2] $q \approx 1$, $ql < \pi$ и $\varphi \neq 0$, причем величина φ зависит от величины внешнего поля. Расчеты для $q = 1$, $l = 3$ и двух значений: 1) $\varphi = 0,2$, $B_0 = 0,1$ и 2) $\varphi = 0,1$, $B_0 = 0,2$ представлены на рис.4. Мы видим, что кривые качественно похожи, но слегка различаются высотой пиков.

5. ОТРАЖЕНИЕ ОТ СОВОКУПНОСТИ ЖЕСТКОГО И МЯГКОГО МАГНЕТИКОВ

Выше мы рассмотрели отражение от абстрактного веероподобного магнетика. В действительности он образуется при наличии жесткой части, которая не меняет своей намагниченности даже при перевероте направления внешнего поля, если оно достаточно слабое. Чтобы оценить влияние жесткого магнетика на кривую отражения, дополним рассмотренную выше систему магнитным слоем толщиной l_h с ядерным потенциалом u_h и однородной намагниченностью, совпадающей по величине и направлению с намагниченностью мягкого магнетика на выходной поверхности $z = l$. Суммарная матричная амплитуда отражения $\tilde{\mathbf{R}}_{sh}$ от всей системы со стороны мягкого магнетика с веерообразной намагниченностью представляется в виде [5, 6]

$$\tilde{\mathbf{R}}_{sh} = \tilde{\mathbf{R}} + \overleftarrow{\mathbf{T}}\mathbf{R}_h(\mathbf{I} - \overleftarrow{\mathbf{R}}\mathbf{R}_h)^{-1}\tilde{\mathbf{T}}, \quad (42)$$

где $\tilde{\mathbf{R}}$ — матричная амплитуда отражения мягкого магнетика справа и слева; $\tilde{\mathbf{T}}$ — матричная амплитуда пропускания налево и направо соответственно, а \mathbf{R}_h — матричная амплитуда отражения от жесткого слоя, причем все амплитуды вычисляются для слоев, помещенных в вакуум с одинаковыми магнитными полями по обе стороны от них. Амплитуда \mathbf{R}_h равна

$$\mathbf{R}_h = \mathbf{r}_h - (\mathbf{I} - \mathbf{r}_h) \exp(i\mathbf{k}_h l_h) \mathbf{r}_h [\mathbf{I} - \exp(i\mathbf{k}_h l_h) \mathbf{r}_h \exp(i\mathbf{k}_h l_h) \mathbf{r}_h]^{-1} \exp(i\mathbf{k}_h l_h) (\mathbf{I} + \mathbf{r}_h), \quad (43)$$

где $\mathbf{k}_h = \sqrt{k^2 - u_h - 2\mathbf{b}_h \sigma}$, \mathbf{b}_h — вектор магнитной индукции внутри жесткого магнетика; u_h — ядерный потенциал; l_h — толщина жесткого магнетика, а $\mathbf{r}_h = (\mathbf{k}_h + \mathbf{k}_0)^{-1}(\mathbf{k}_0 - \mathbf{k}_h)$ — матричная амплитуда отражения от границы раздела между вакуумом и жестким магнетиком.

При отражении со стороны жесткого магнетика суммарная матричная амплитуда отражения \mathbf{R}_{hs} равна

$$\mathbf{R}_{hs} = \mathbf{R}_h + \mathbf{T}_h \overleftarrow{\mathbf{R}} [\mathbf{I} - \mathbf{R}_h \overleftarrow{\mathbf{R}}]^{-1} \mathbf{T}_h, \quad (44)$$

где

$$\mathbf{T}_h = (\mathbf{I} - \mathbf{r}_h)[\mathbf{I} - \exp(ik_h l_h)\mathbf{r}_h \exp(ik_h l_h)\mathbf{r}_h]^{-1} \exp(ik_h l_h)(\mathbf{I} + \mathbf{r}_h) \quad (45)$$

— амплитуда пропускания жесткого магнетика.

На рис. 5 представлены амплитуды отражения от полной системы мягкого веерообразного и жесткого однородно-намагниченного магнетиков. Расчеты производились при $u_h = 3,5 - 0,001i$ и $l_h = 1,1$. В верхней части рисунка показан коэффициент отражения без переворота и с переворотом спина, когда нейтрон падает на поверхность мягкого магнетика. В нижней части рисунка показаны те же коэффициенты отражения для случая, когда нейтрон падает

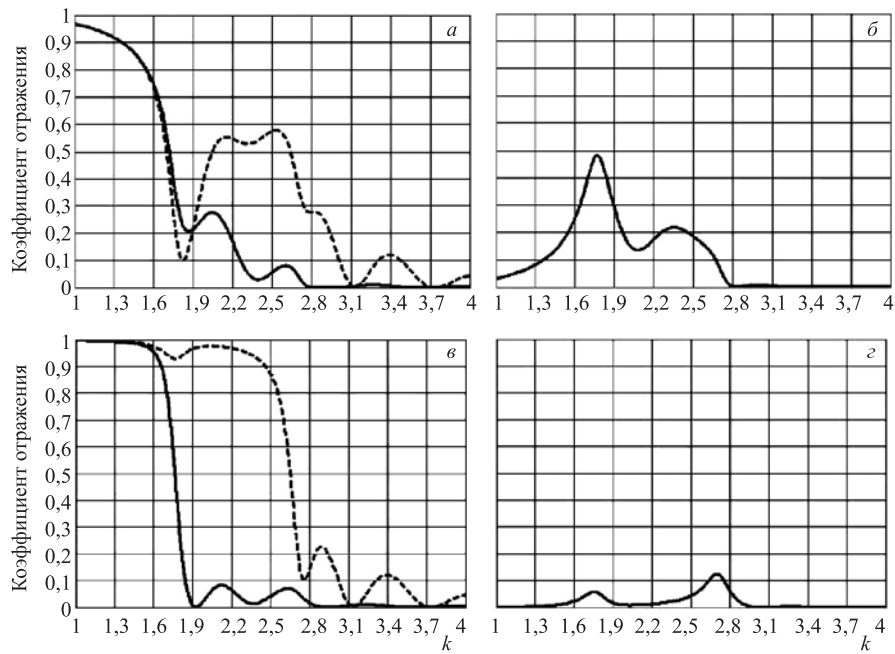


Рис. 5. Зависимость от k коэффициента отражения при падении нейтрона на поверхность мягкого магнетика (верхняя часть рисунка) и при падении нейтрона на поверхность жесткого магнетика (нижняя часть рисунка): a — коэффициенты отражения без переворота спина: для начальной поляризации против поля \mathbf{V}_0 (сплошная кривая) и для начальной поляризации, параллельной полю \mathbf{V}_0 (пунктирная кривая); $б$ — коэффициенты отражения с переворотом спина. Они одинаковы для обеих начальных поляризаций. При расчете закладывались параметры $V_0 = 0,2$, $\varphi = 0,1$, $u_0 = 4 - 0,0001i$, $b = 1$, $q = 1$, $l = 3$, $u_h = 3,5 - 0,001i$ и $l_h = 1,1$

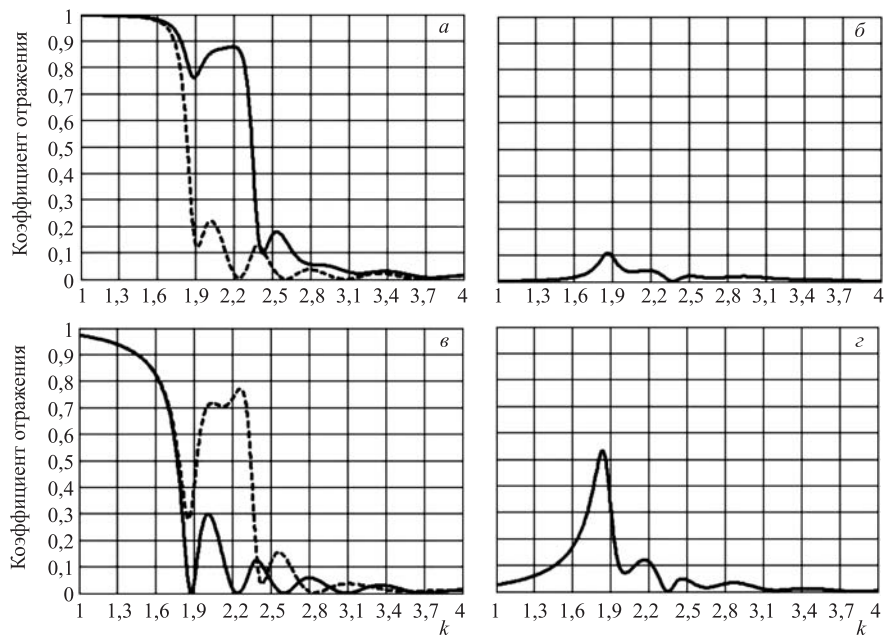


Рис. 6. Кривые отражения, аналогичные приведенным на рис. 5, с теми же параметрами за исключением внешнего поля B_0 , которое здесь равно нулю, но ось квантования спина вне зеркала остается по оси y

на поверхность жесткого магнетика. Видно, что кривые сильно различаются. Резонансный пик, присутствующий при отражении со стороны мягкого магнетика, заменяется второй границей полного отражения при падении нейтрона со стороны жесткого магнетика. Это качественно согласуется с результатами измерений, проведенных в работе [2].

При уменьшении внешнего поля картина отражения со стороны мягкого и жесткого магнетиков меняется. Например, при $B_0 = 0$ и неизменных остальных параметрах кривые рис. 5 преобразуются к виду, показанному на рис. 6. Кривые, представленные на рис. 6, были рассчитаны как аналитически, так и численным методом с помощью обобщенного матричного метода [6]. При численном расчете [7] мягкий слой представлялся дискретной системой подслоев одинаковой толщины 1 нм с одинаковой намагниченностью, направление которой поворачивается на одинаковый угол между соседними подслоями. Результаты аналитического и численного расчетов находятся в прекрасном согласии друг с другом.

С помощью численных методов можно рассчитать отражение от веерообразных и геликоидальных магнетиков и с неравномерной скоростью враще-

ния поля. Можно ожидать, что при неравномерном вращении полная ширина пика при $k = \sqrt{u_0 + q^2}$ увеличится вследствие вариации q .

6. ВЕЕРОПОДОБНАЯ СИСТЕМА С ПОСТОЯННЫМ ВНУТРЕННИМ ПОЛЕМ В, НАПРАВЛЕННЫМ ПО ОСИ ВРАЩЕНИЯ

Выше мы всюду считали, что поле в мягком магнетике вращается будучи целиком в плоскости (y, z) . Нетрудно рассмотреть и более общий случай, когда поле еще имеет и постоянную составляющую \mathbf{B} вдоль оси вращения. В этом случае уравнение Шредингера внутри магнетика имеет вид

$$\left(\frac{d^2}{dz^2} - u_0 - 2B\sigma_x - 2b [\sigma_y \cos(2qz + 2\varphi) + \sigma_z \sin(2qz + 2\varphi)] + k^2 \right) |\psi(z)\rangle = 0. \quad (46)$$

Воспользуемся теми же преобразованиями, что и раньше. В результате вместо (9) получим

$$-a^2 - p^2 - 2a \vec{p}\sigma + 2q\sigma_x (a + \vec{p}\sigma) - u_0 - 2B\sigma_x - 2b\sigma_y + k^2 - q^2 = 0. \quad (47)$$

Это соотношение эквивалентно четырем уравнениям, в которых только первое уравнение системы (11) имеет иной вид

$$-2a\vec{p}_x + 2qa - 2B = 0. \quad (48)$$

Из этого уравнения следует

$$\vec{p}_x = q - B/a. \quad (49)$$

Подстановка в уравнение (10) с учетом $p_{y,z}$ из (12) приводит к уравнению для a :

$$-a^2 + q^2 - \frac{B^2}{a^2} - \frac{b^2}{a^2 - q^2} - u_0 + k^2 - q^2 = 0. \quad (50)$$

Это — кубическое уравнение относительно a^2 , и мы должны найти такое его решение, которое в асимптотическом пределе $k^2 \gg b, B, q^2$ переходит в $a = k' = \sqrt{k^2 - u_0}$.

Пренебрежем свободным членом, тогда уравнение приведет к биквадратному

$$a^4 - a^2 (k'^2 + q^2) + B^2 + b^2 + k'^2 q^2 = 0, \quad (51)$$

решение которого равно

$$a^2 = q^2 + \frac{K^2 + \sqrt{K^4 - 4(B^2 + b^2)}}{2}. \quad (52)$$

В принципе, нетрудно решить и кубическое уравнение и найти поправки к (52), при этом остаются справедливыми все вышеприведенные формулы с небольшим изменением: в $\vec{p}\sigma$ и $\vec{p}\sigma$ к $\pm q\sigma_x$ нужно добавить слагаемое $-B\sigma_x/a$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Получены аналитические выражения для коэффициентов отражения и пропускания нейтронов от зеркала с веерообразной магнитной структурой. Проведенные численные расчеты показывают, что в нулевом внешнем поле при перпендикулярной к поверхности зеркала компоненте k волнового вектора нейтрона, удовлетворяющей условию $\sqrt{u_0 + q^2 - 2b} < k < \sqrt{u_0 + q^2 + 2b}$, где q — волновой вектор веера, а b — величина внутреннего магнитного поля (в указанных выше единицах), наблюдается резонансное увеличение коэффициентов отражения и, соответственно, ослабление коэффициента пропускания с переворотом спина, если начальная поляризация направлена против вектора вращения поля. В резонансе при достаточной толщине зеркала происходит увеличение коэффициентов отражения R_{-+} до значений порядка единицы. С другой стороны, поляризация, параллельная вектору вращения, переворачивается с малой вероятностью, и нейтроны с этой поляризацией либо отражаются, либо проходят сквозь зеркало и не проявляют резонансных свойств. Эти замечательные особенности структур с вращающимся полем могут быть использованы для их четкой идентификации в экспериментах по отражению поляризованных нейтронов от магнитных композиционных материалов. При неравномерном вращении магнитного поля волновой вектор $q(z)$ зависит от координаты z , что можно представить себе как вращение с разными q . В этом случае расчеты приходится проводить численно обобщенным матричным методом [6, 7], и можно ожидать уширение и, соответственно, понижение резонансного пика. Измерив ширину пика, можно определить, насколько она отличается от величины $\Delta k = \sqrt{u_0 + q^2 + 2b} - \sqrt{u_0 + q^2 - 2b}$, и тем самым получить информацию о том, насколько однородно вращение магнитной индукции внутри магнетика.

Важно, что полученное аналитическое решение может быть использовано для исследования отражения нейтронов любой композицией магнитных материалов, содержащей как однородно-намагниченные, так и вращающиеся в пространстве компоненты.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Hellwig O. et al.* // Phys. Rev. B. 2000. V. 62. P. 11694.
2. *O'Donovan K.V. et al.* // Phys. Rev. Lett. 2003. V. 88. P. 067201–1–4.
3. *Berkowitz A. E., Takano K.* // JMMM. 1999. V. 200. P. 552–570.
4. *Kazansky A. K., Uzdin V. M.* // Phys. Rev. B. 1995. V. 52. P. 9477–9485.
5. *Аксенов В. Л., Игнатович В. К., Никитенко Ю. В.* // Поверхность. Рентгеновские, синхротронные и нейтронные исследования. 2007. №9. С. 40–48.
6. *Radu F., Ignatovich V. K.* Generalized Matrix Method for the Transmission of Neutrons through Multilayer Magnetic Systems with Noncollinear Magnetization // Phys. B. 1999. V. 267–268. P. 175–180.
7. *Radu F.* Polarized Neutron Reflectometry Software «POLAR». <http://www.ep4.rub.de/radu/welcome/polar.html>.

Получено 4 мая 2008 г.

Редактор *М. И. Зарубина*

Подписано в печать 06.08.2008.

Формат 60 × 90/16. Бумага офсетная. Печать офсетная.

Усл. печ. л. 1,18. Уч.-изд. л. 1,45. Тираж 350 экз. Заказ № 56255.

Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований
141980, г. Дубна, Московская обл., ул. Жолио-Кюри, 6.

E-mail: publish@jinr.ru

www.jinr.ru/publish/