P4-2013-59

О. С. Космачев [*]

О ПЕРСПЕКТИВАХ ФИЗИКИ ТАУ-ЛЕПТОНОВ

Направлено в журнал «Ядерная физика и инжиниринг»

[*] E-mail: kos@theor.jinr.ru

Космачев О. С. Р4-2013-59
О перспективах физики тау-лептонов

Целостное описание лептонного сектора, включая массивные и безмассовые, заряженные и нейтральные, стабильные и нестабильные лептоны, показывает, что релятивизм и дискретные симметрии являются первоосновой для формирования структуры лептонных волновых уравнений. Структурой лептонов мы называем совокупность подструктур каждого лептонного уравнения, которые позволяют отличить одну частицу от другой и описывать их взаимодействия на основе указанных различий. Тау-лептоны могут распадаться прямо на лептоны, а также на адроны с дальнейшим распадом последних опять на лептоны. Такое положение создает уникальную возможность для изучения и описания структуры адронов на основе релятивистских подструктур подобно лептонам.

Работа выполнена в Лаборатории физики высоких энергий им. В. И. Векслера и А. М. Балдина ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна, 2013

Kosmachev O. S. P4-2013-59
On the Perspectives of Tau-Lepton Physics

Holistic description of the lepton sector shows that relativity and discrete symmetries are the primary basis for the formation of a structure of lepton wave equations. We call the structure of lepton sector as a set of substructures of each lepton equation which distinguish one particle from another and describe their interactions on the basis of these differences. Tau-leptons can decay directly into leptons and hadrons with consequent disintegration of the latter again into leptons. This creates a unique opportunity for the study and description of the hadron structure on the basis of relativistic substructures simular to leptons.

The investigation has been performed at the Veksler and Baldin Laboratory of High Energy Physics, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna, 2013

ВВЕДЕНИЕ

Сложность и дороговизна экспериментальных установок в физике элементарных частиц, все большая зависимость постановки и интерпретации эксперимента от теории ведут к растущим требованиям к теоретическим моделям. История научной мысли — это история синтеза явлений, казалось бы далеко отстоящих и непохожих одно на другое. Поэтому генеральным требованием к нынешним теоретическим схемам является единый подход и самосогласованное описание близких по природе объектов и явлений при условии их максимального охвата.

В связи с этим необходимо отметить разрыв, существующий в описании лептонного и адронного секторов. Известно, что лептонный сектор целиком и полностью выпал из обстоятельной и во многом успешной теории унитарной симметрии. На этом фоне предположение под названием кварк-лептонная аналогия выглядит не столько попыткой решения стоящей задачи, сколько желанием отложить ее решение на некоторое время. Аналогия, как выражение сходства или подобия, применительно к лептонам и кваркам выглядит искусственно и необоснованно.

Действительно, лептоны — реально наблюдаемые частицы, тогда как кварки таковыми не являются. Адекватное описание лептонов невозможно вне рамок последовательного релятивизма, тогда как кварки изначально являются нерелятивистскими конструкциями. Именно поэтому лептонам не нашлось места среди адронов. Различные способы релятивизации кварковой модели начались сразу после ее утверждения. Они не закончилось до сих пор. Вместе с тем кварки как структурные единицы потеряют всякий смысл, если им не приписывать заряд, спин и другие квантовые числа, которые мы наблюдаем у реальных частиц. Мы не можем мыслить электрический заряд в отрыве от классической или квантовой электродинамики. И в том и другом случае релятивизм лежит в основе теории. На примере спина электрона можно убедиться, что спин как физическая величина является кинематическим проявлением релятивизма. Подобные факты заставляют думать, что формирование кварков на релятивистской основе не будет противоречить их главной функции — быть структурными составляющими адронов.

1. РЕЛЯТИВИЗМ КАК СТРУКТУРООБРАЗУЮЩИЙ ФАКТОР

Существенной частью программы, кратко отмеченной во введении, явилось целостное описание лептонного сектора на основе алгоритма Дирака. Алгоритм — это совокупность необходимых и достаточных условий для формулировки волновых уравнений целого лептонного сектора при строгом ограничении рамками зафиксированных предположений. Алгоритм был установлен на основе исчерпывающего анализа уравнения Дирака [1]. Оно оказалось достаточно информативным для данной цели. Исчерпывающий означает настолько полный, что не оставляет возможности для продолжения математического анализа и потому исключает наличие дополнительных характеристик, порождающих квантовые числа или какие-либо физические свойства. Исходные предположения таковы:

1. Инвариантность и ковариантность уравнений относительно однородной группы Лоренца с учетом четырех компонентов связности.
2. Формулировка уравнений на основе неприводимых представлений групп, определяющих каждое лептонное уравнение.
3. Сохранение 4-вектора тока вероятности и положительно определенный четвертый компонент тока.
4. Величина спина лептонов предполагается равной 1/2.
5. Каждое лептонное уравнение должно редуцироваться к уравнению Клейна–Фока–Гордона.

Наличие четырех компонентов связности обеспечивает учет основных дискретных симметрий: (P) — пространственной инверсии, (T) — обращения времени, (PT) — совместного действия двух преобразований. Требование неприводимости представлений групп в данном подходе является эквивалентом принципа наименьшего действия на групповом языке. Ограничение спина лептонов величиной 1/2 ведет к тому, что элементы группы каждого лептонного уравнения имеют порядок два или четыре. Удовлетворять уравнению первого порядка по четырем производным ($\partial/\partial t$, $\partial/\partial x$, $\partial/\partial y$, $\partial/\partial z$) совместно с требованием положительной определенности четвертого компонента тока вероятности означает описание наблюдаемой релятивистской частицы в обычном квантово-механическом смысле и сохранение вероятностной интерпретации волновой функции. Возможность при этом редукции к уравнению Клейна–Фока–Гордона означает, что частица обладает волновыми свойствами независимо от наличия или отсутствия массы и величины спина. Их совместное выполнение — реализация корпускулярно-волнового дуализма. Перечисленный набор предположений не является избыточным для поставленной цели. Характерно, что алгоритм Дирака позволяет строить лептонные волновые уравнения без обращения к лагранжеву формализму. Именно на этом пути Паули предложил уравнение для безмассового двухкомпонентного нейтрино [2], а Майорана уравнение для массивного нейтрино [3].

Дальнейшее развитие и детализация структурных построений на основе метода Дирака [4–6] привели к целостному описанию лептонного сектора. Оно включает в себя единый алгоритмический подход и унифицированный математический формализм, фиксацию исходных предположений и извлечение всей полноты строгих выводов на их основе. Так оказалось возможным ответить на вопрос о полном числе лептонных уравнений. Их совокупность оказалась полной и замкнутой. Это означает, что в рамках исходных предположений невозможно получить уравнения сверх перечисленных, и в каждом случае конструктивными, неразложимыми составляющими являются компоненты связности группы Лоренца в той или иной комбинации. При этом каждое уравнение имеет свой собственный состав, определяемый подгруппами компонентов связности. По определению [7] это позволяет говорить о своем собственном наборе квантовых чисел в каждом случае.

В принципе, все четыре компонента связности могут быть извлечены из уже названных трех лептонных уравнений [1–3]. Были найдены в явном виде четыре группы d_γ, f_γ, b_γ, c_γ, на которых реализуются четыре компонента связности. Конкретный смысл каждого из четырех компонентов связности d_γ, f_γ, b_γ, c_γ таков:

1) группа d_γ реализует собственное ортохронное представление;

2) группа f_γ реализует несобственное ортохронное, P-сопряженное представление;

3) группа b_γ реализует собственное антихронное, T-сопряженное представление;

4) группа d_γ реализует несобственное антихронное, (PT)-сопряженное представление.

Группы d_γ, f_γ, b_γ, c_γ, являются подгруппами и обязательными составляющими каждого лептонного уравнения. Каждая из них имеет порядок 16 и порождается тремя генераторами. Выяснилось, что каждая группа содержит шесть операторов. Три связаны с инфинитезимальными операторами подгруппы трехмерных вращение и три с инфинитезимальными операторами бустов. Эти операторы в свою очередь связаны с шестью параметрами однородной группы Лоренца. Такая физическая интерпретация следует из сравнения алгебры Ли однородной группы Лоренца и алгебры группы d_γ.

Собственное представление. Считая элементы группы d_γ образующими элементами алгебры, находим такие коммутаторы:

$$
\begin{array}{lll}
[a_1, a_2] = 2a_3, & [a_2, a_3] = 2a_1, & [a_3, a_1] = 2a_2, \\
[b_1, b_2] = -2a_3, & [b_2, b_3] = -2a_1, & [b_3, b_1] = -2a_2, \\
[a_1, b_1] = 0, & [a_2, b_2] = 0, & [a_3, b_3] = 0, \\
[a_1, b_2] = 2b_3 & [a_1, b_3] = -2b_2, & \\
[a_2, b_3] = 2b_1, & [a_2, b_1] = -2b_3, & \\
[a_3, b_1] = 2b_2, & [a_3, b_2] = -2b_1. &
\end{array}
\tag{1}
$$

С точностью до общего для всех равенств множителя 2 полученные коммутационные соотношения полностью совпадают с коммутаторами инфинитезимальных матриц собственного преобразования Лоренца [8].

Формулы (1) допускают предельно сжатую, свернутую форму записи на основе антикоммутационных соотношений между тремя генераторами (b_1, b_2, b_3) группы d_γ

$$\{b_s, b_t\} = 2\delta_{st} \quad (s, t = 1, 2, 3). \tag{2}$$

Из соотношений (2) следует, что три генератора ($b_s, s = 1, 2, 3$) порождают группу (в данном случае d_γ), одно из двумерных матричных представлений которой эквивалентно σ-матрицам Паули. Соотношения (2) можно понимать как символьный эквивалент всей совокупности равенств (1).

Р-сопряженное представление. Последующее и более детальное изучение структуры группы (d_γ) показало [4], что она обладает двойственностью. Это является следствием того, что помимо подгруппы трехмерных вращений (обозначим ее $Q_2[a_1, a_2]$) она содержит еще одну подгруппу восьмого порядка — $q_2[a_1, a_2']$. Определяющие соотношения между генераторами для обеих групп одинаковые. Различие только в порядках генераторов. Оба генератора в $Q_2[a_1, a_2]$ имеют порядок четыре. Один генератор (a_1) в $q_2[a_1, a_2']$ имеет порядок четыре, а второй два. Коммутационные соотношения для $q_2[a_1, a_2']$ (алгебра Ли) принимают вид

$$[a_1, a_2'] = 2a_3', \quad [a_2', a_3'] = -2a_1, \quad [a_3', a_1] = 2a_2', \tag{3}$$

где $a_3' = a_1 a_2'$.

Будем называть $q_2[a_1, a_2']$ группой кватернионов второго рода. Повторяя построения Вигнера [9], нетрудно убедиться, что $Q_2[a_1, a_2]$ связана с $SU(2)$, когда $\det SU(2) = 1$, тогда как $q_2[a_1, a_2']$ связана с $SU(2)$, когда $\det SU(2) = -1$. В обоих случаях действительное весовое число $l_0 = 1/2$. Если расширить $q_2[a_1, a_2']$ до группы Лоренца, мы получим следующие коммутационные соотношения:

$$\begin{array}{lll}
[a_1, a_2'] = 2a_3', & [a_2', a_3'] = -2a_1, & [a_3', a_1] = 2a_2', \\
[b_1', b_2'] = -2a_3', & [b_2', b_3'] = 2a_1, & [b_3', b_1'] = -2a_2', \\
[a_1, b_1'] = 0, & [a_2', b_2'] = 0, & [a_3', b_3'] = 0, \\
[a_1, b_2'] = 2b_3', & [a_1, b_3'] = -2b_2', & \\
[a_2', b_3'] = -2b_1', & [a_2', b_1'] = -2b_3', & \\
[a_3', b_1'] = 2b_2', & [a_3', b_2'] = 2b_1'. &
\end{array} \tag{4}$$

где b_1', b_2', b_3' по-прежнему имеют смысл операторов бустов.

Данные соотношения отличаются от написанных выше (1). Мы будем связывать их с группой f_γ, принимая во внимание, что f_γ и d_γ изоморфны.

Они отличаются различным выбором трех генераторов. Представление (4) будем называть Р-сопряженным по отношению к d_γ в силу отмеченного выше различия в знаках детерминантов. Различия возникают на уровне подгруппы трехмерных вращений, т. е. в первой строке. Все последующие различия вытекают из изменений в первой строке. Свернутая форма записи равенств (4) принимает вид

$$\begin{aligned} &\{b'_s, b'_t\} = -2\delta_{st} \quad (s, t = 1, 2, 3, s = t \neq 1), \\ &\{b'_s, b'_t\} = 2\delta_{st} \qquad (s = t = 1). \end{aligned} \tag{5}$$

В отличие от равенств (2), здесь только один генератор из трех имеет порядок два. Два других имеют порядок четыре.

Т-сопряженное представление. Исчерпывающий анализ [6] структуры группы γ-матриц уравнения Дирака показал, что в ее составе имеется две не изоморфных подгруппы 16-го порядка. Одной из них оказалась уже рассмотренная группа d_γ, другая подгруппа была обозначена b_γ. Алгебра Ли для b_γ имеет вид

$$\begin{array}{lll} [a_1, a_2] = 2a_3, & [a_2, a_3] = 2a_1, & [a_3, a_1] = 2a_2, \\ [b''_1, b''_2] = 2a_3, & [b''_2, b''_3] = 2a_1, & [b''_3, b''_1] = 2a_2, \\ [a_1, b''_1] = 0, & [a_2, b''_2] = 0, & [a_3, b''_3] = 0, \\ [a_1, b''_2] = 2b''_3 & [a_1, b''_3] = -2b''_2, & \\ [a_2, b''_3] = 2b''_1, & [a_2, b''_1] = -2b''_3, & \\ [a_3, b''_1] = 2b''_2, & [a_3, b''_2] = -2b''_1. & \end{array} \tag{6}$$

Соответствующая ей свернутая форма записывается так:

$$\{b''_s, b''_t\} = -2\delta_{st} \quad (s, t = 1, 2, 3). \tag{7}$$

Из нее следует, что подгруппа b_γ порождается тремя антикоммутирующими генераторами четвертого порядка. Очевидно, что (1) переходит в (6) при замене

$$b_k \to b''_k = ib_k \quad (k = 1, 2, 3). \tag{8}$$

(РТ)-сопряженное представление. Подобно тому, как подгруппы d_γ и b_γ являются двумя подгруппами 16-го порядка группы уравнения Дирака, точно так же две подгруппы 16-го порядка содержатся в уравнении Майораны [3]. В наших обозначениях это группа D_γ(I). Ее подгруппами оказались d_γ и c_γ. Подгруппа c_γ представляет собой результат последовательного действия Р- и Т-сопряжений на группу d_γ. Эти операции коммутируют между собой. Коммутационные соотношения типа (1) для c_γ проще всего получить путем следующей замены в равенствах (1):

$$a_2 \to a'_2 = ia_2, \quad b_k \to b^*_k = ib_k \quad (k = 1, 2, 3). \tag{9}$$

В результате получается такой набор коммутационных соотношений:

$$
\begin{array}{lll}
[a_1, a_2'] = 2a_3', & [a_2', a_3'] = -2a_1, & [a_3', a_1] = 2a_2', \\
[b_1^*, b_2^*] = 2a_3', & [b_2^*, b_3^*] = -2a_1, & [b_3^*, b_1^*] = 2a_2', \\
[a_1, b_1^*] = 0, & [a_2', b_2^*] = 0, & [a_3', b_3^*] = 0, \\
[a_1, b_2^*] = 2b_3^*, & [a_1, b_3^*] = -2b_2^*, & \\
[a_2', b_3^*] = -2b_1^*, & [a_2', b_1^*] = -2b_3^*, & \\
[a_3', b_1^*] = 2b_2^*, & [a_3', b_2^*] = 2b_1^*. &
\end{array}
\tag{10}
$$

Подобно трем предыдущим группам (2), (5), (7) можно написать свернутую форму для c_γ:

$$
\begin{array}{ll}
\{b_s^*, b_t^*\} = 2\delta_{st} & (s, t = 1, 2, 3, s = t \neq 1), \\
\{b_s^*, b_t^*\} = -2\delta_{st} & (s = t = 1).
\end{array}
\tag{11}
$$

Свернутые формы являются в нашем случае одним из способов задания определяющих соотношений для соответствующей группы. Видно, что любой компонент связности или каждая из четырех подгрупп (d_γ, f_γ, b_γ, c_γ) порождается тремя антикоммутирующими генераторами. Видно также, что они аналогичны записи определяющих соотношений для группы уравнения Дирака [1]

$$
\gamma_\mu\gamma_\nu + \gamma_\nu\gamma_\mu = 2\delta_{\mu\nu}, \qquad \mu, \nu = 1, 2, 3, 4, \qquad \gamma_\mu^2 = 1, \tag{12}
$$

отличаясь лишь числом генераторов и их порядками.Таким образом, сделан еще один шаг на пути унификации записи волновых уравнений и способа их получения. Так, например, сравнение выражений (2), (5), (7), (9) с (12) однозначно указывает на то, что формулировка волнового уравнения типа Дирака требует для начала наличия трех антикоммутирующих генераторов. Таков смысл фразы о том, что релятивизм лежит в основе лептонных уравнений. Четвертый генератор является дополнением, которое расширяет группу Лоренца до группы волнового уравнения для стабильных лептонов. Таким образом, получен полный набор составляющих для записи волновых уравнений лептонов.

2. СТРУКТУРНАЯ ИНДИВИДУАЛЬНОСТЬ ЛЕПТОНОВ

Совокупность исходных предположений вместе с известными теоретико-групповыми ограничениями и требованиями позволяет получить пять и только пять типов групп для формулировки пяти волновых уравнений, подобных уравнению Дирака, т. е. групп уравнений стабильных лептонов. Их структурный состав, т. е. набор соответствующих подгрупп d_γ, f_γ, b_γ, c_γ, выглядят таким образом:

1. Уравнение Дирака — D_γ(II):
структурный состав $\{d_\gamma, f_\gamma, b_\gamma\}$,
In$[D_\gamma(\mathrm{II})] = -1$.

2. Уравнение для дублета массивных нейтрино — D_γ(I):
структурный состав $\{d_\gamma, f_\gamma, c_\gamma\}$,
In$[D_\gamma(\mathrm{I})] = 1$.

3. Уравнение для квартета безмассовых нейтрино — D_γ(III):
структурный состав $\{d_\gamma, f_\gamma, b_\gamma, c_\gamma\}$,
In$[D_\gamma(\mathrm{III})] = 0$.

4. Уравнение для безмассового T-синглета — D_γ(IV):
структурный состав $\{b_\gamma\}$,
In$[D_\gamma(\mathrm{IV})] = -1$.

5. Уравнение для безмассового (PT)-синглета — D_γ(V):
структурный состав $\{c_\gamma\}$,
In$[D_\gamma(\mathrm{V})] = 1$.

Величина In$[D_\gamma(\ldots)]$ является числовой характеристикой структурного состава неприводимой матричной группы [10]. Каждая из пяти групп имеет порядок 32 и порождается четырьмя генераторами. Однако определяющие соотношения для каждой группы свои собственные и различные [6]. Если все четыре генератора антикоммутируют, то получаются уравнения для массивных частиц: D_γ(II) — уравнение Дирака [1] и D_γ(I) — уравнение Майораны для массивного нейтрино [3]. Если четвертый генератор группы коммутирует с тремя первыми, то получаются уравнения для безмассовых нейтрино: D_γ(III), D_γ(IV), D_γ(V). Группа D_γ(III) связана с уравнением Паули [2]. Уравнения D_γ(IV) и D_γ(V) можно связывать с истинно нейтральными безмассовыми двухкомпонентными нейтрино [11]. На примере стабильных лептонов мы видим три типа различных уравнений. Дублетные — это те, которые описывают частицы и античастицы. Признаком дублетных уравнений является наличие T-сопряженных компонентов связности в составе группы уравнения. Таковыми являются подгруппы d_γ, b_γ в составе уравнения Дирака (D_γ(II)) и подгруппы f_γ, c_γ в уравнении Майораны (D_γ(I)). Отсутствие T-сопряженных между собой составляющих ведет к синглетным уравнениям или уравнениям для истинно нейтральных частиц. Такими являются уравнения на основе групп D_γ(IV) и D_γ(V) [11]. И, наконец, группа D_γ(III) является примером квартетного состояния. Здесь в рамках единого уравнения описываются две пары дублетных состояний, т. е. две пары частица–античастица. Будем называть эти пары двойниками. В группе D_γ(III) одна пара дублетных состояний связана с подгруппами d_γ и b_γ, а вторая с подгруппами f_γ и c_γ. Они различаются спиновыми состояниями [4].

Группы нестабильных лептонов получаются при расширении групп для стабильных массивных лептонов D_γ(II), D_γ(I) с помощью пятого антикоммутирующего генератора. Если он таков, что $(\Gamma_5)^2 = \pm I$ (I — единичная матрица), то получается три и только три неизоморфных группы Δ_1, Δ_2, Δ_3, допускающих формулировку волновых уравнений, удовлетворяющих тем же требованиям. Каждая из трех групп имеет порядок 64. Их структурный состав выглядит более сложно. В каждой из них можно выделить подструктуры, изоморфные группам стабильных лептонов. Структурный состав не повторяется так же, как у стабильных лептонов. Точные выражения таковы:

1) Δ_1, структурный состав $\{D_\gamma$(II), D_γ(III), D_γ(IV)$\}$,
In$[\Delta_1] = -1$;

2) Δ_3, структурный состав $\{D_\gamma$(II), D_γ(I), D_γ(III)$\}$,
In$[\Delta_3] = 0$;

3) Δ_2, структурный состав $\{D_\gamma$(I), D_γ(III), D_γ(V)$\}$,
In$[\Delta_2] = 1$.

Можно показать, что первые две группы связаны с уравнениями для заряженных частиц (предположительно μ- и τ-лептоны), а последняя — с уравнением для нейтральной нестабильной частицы. Так же как в случае уравнения Дирака и Майораны, размерность представлений, отличных от единичных (т. е. размерность γ-матриц), равна четырем. Но, в отличие от стабильных уравнений, где имеется одно неэквивалентное представление четвертого порядка, во всех трех случаях мы имеем по два неэквивалентных неприводимых представления. В группах Δ_1 и Δ_2 это ведет к раздельному описанию частицы и античастицы. Они связаны с различными неэквивалентными представлениями. При этом уравнения в целом оказываются дублетными. Иное положение в группе Δ_3. Здесь каждое неэквивалентное представление связано с дублетным уравнением. По определению неэквивалентные представления не переходят одно в другое с помощью неособенных преобразований. Поэтому можно говорить о неполном совпадении квантовых чисел для частиц, относящихся к неэквивалентным представлениям. Здесь, как и в случае группы уравнения Паули (D_γ(III)), мы имеем квартетное состояние. Характерный признак квартетных состояний — равенство нулю структурного инварианта In$[D_\gamma(\mathrm{III})] =$ In$[\Delta_3] = 0$. Нестабильные лептоны не добавили новых элементов в классификационную схему.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В рамках принятых исходных предположений предлагаемый целостный подход решает вопрос о полном числе лептонов, об их первичной структурной классификации и наделяет лептоны собственными квантовыми числами. Концепция квантовых чисел реализуется на основе структурных различий группового состава лептонных уравнений. Тем самым устраняется неестественное положение, когда имеется явно наблюдаемое различие свойств лептонов, но теория не может указать носителей этих свойств. Примером тому служит так называемая $(\mu - e - \tau)$-универсальность.

Множество каналов распадов тау-лептонов с участием лептонов и адронов в конечных состояниях делает данную область исследования уникальной для изучения структуры как лептонов, так и адронов на единой релятивистской основе. По этой причине необходимо знать структуру всего лептонного сектора, так как он в значительной мере представлен в продуктах распадов тау-лептонов. Реализация такой программы послужит сближению в описании электрослабых и сильных взаимодействий.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Dirac P.* The Quantum Theory of the Electron // Proc. Roy. Soc. A. 1928. V. 117. P. 610–624.
2. *Pauli W.* Handbuch der Physik. Verlag Julius Springer, Berlin, 1933. V. 24. P. 226.
3. *Majorana E.* Teoria Simmetrica dell Elletrone e del Positrone // Il Nuovo Cimento. 1937. V. 14. P. 171.
4. *Космачев О. С.* Представления группы Лоренца и классификация стабильных лептонов: Препринт ОИЯИ, Р2-2006-6. Дубна, 2003.
5. *Gusev A. A., Kosmachev O. S.* Structure Quantum Numbers and Unstable Leptons // Phys. Part. Nucl. Lett. 2008. V. 5. P. 67–71.
6. *Kosmachev O.* Problem of Quantum Numbers of Lepton Sector // Phys. Part. Nucl. Lett. 2010. V. 7. P. 149–174.
7. *Вейль Г.* Теория групп и квантовая механика. М.: Наука, 1986.
8. *Гельфанд И. М., Минлос Р. А., Шапиро З. Я.* Представления группы вращений и группы Лоренца, их применения. М.: ФМ, 1958.
9. *Вигнер Е.* Теория групп. М.:ИЛ, 1961.
10. *Lomont L.* Applications of Finite Groups. Academic Press, London, New York, 1959.
11. *Космачев О. С., Гусев А. А.* О возможных типах майорановских частиц // Вестник РУДН, серия Математика. Информатика. Физика. 2008. № 2. С. 91–99.

Получено 6 июня 2013 г.

Редактор *М. И. Зарубина*

Подписано в печать 29.08.2013.
Формат $60 \times 90/16$. Бумага офсетная. Печать офсетная.
Усл. печ. л. 0,75. Уч.-изд. л. 0,89. Тираж 270 экз. Заказ № 58052.

Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований
141980, г. Дубна, Московская обл., ул. Жолио-Кюри, 6.
E-mail: publish@jinr.ru
www.jinr.ru/publish/