

P4-2021-4

А. Д. Ефимов^{1,2,*}, И. Н. Изосимов^{**}

ВЫСОКОСПИНОВЫЕ СОСТОЯНИЯ ИРАСТ-ПОЛОС ЧЕТНЫХ ИЗОТОПОВ Pu, Cm, Fm, No

Направлено в журнал «Ядерная физика»

¹ Государственный университет морского и речного флота
им. адмирала С. О. Макарова, Санкт-Петербург, Россия

² Физико-технический институт им. А. Ф. Иоффе РАН, Санкт-Петербург, Россия

* E-mail: efimov98@mail.ru

** E-mail: izosimov@jinr.ru

Ефимов А. Д., Изосимов И. Н.

P4-2021-4

Высокоспиновые состояния ираст-полос четных изотопов Pu, Cm, Fm, No

Для ряда изотопов Pu, Cm, Fm, No известны экспериментальные значения энергии состояний ираст-полос вплоть до спина 32^+ , как в случае с ^{248}Cm . Уникальным является то, что все состояния очень длинных полос в рассмотренных ядрах остаются чисто коллективными. Коллективность полос проявляется в том, что энергии полос воспроизводятся с высокой степенью точности в рамках феноменологии МВБ1. Неопределенность параметров использованной модели уменьшается при соблюдении такого условия, что глубина энергии деформации, полученная на основе реалистических взаимодействий, должна равняться глубине энергии деформации по внутреннему состоянию, вычисленной с найденными параметрами гамильтониана МВБ1.

Работа выполнена в Лаборатории ядерных реакций им. Г. Н. Флерова ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна, 2021

Efimov A. D., Izosimov I. N.

P4-2021-4

High-Spin States of Yrast-Bands Even Isotopes Pu, Cm, Fm, No

In some isotopes of Pu, Cm, Fm, No, the yrast-band state energies are experimentally known up to the spin 32^+ , like this holds in ^{248}Cm . What is unique is that all the states of these superlong bands remain purely collective. Collectivity of the bands manifests itself in the fact that the band state energies are reproduced with a high degree of accuracy within the framework of the phenomenology of the IBM1. The uncertainty of the model parameters is reduced under condition that the depth of the deformation energy obtained on the basis of realistic interactions was equal to the deformation energy depth in the internal state, calculated with the found parameters of the IBM1 Hamiltonian.

The investigation has been performed at the Flerov Laboratory of Nuclear Reactions, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna, 2021

ВВЕДЕНИЕ

Спектроскопия на пучках тяжелых ионов позволила идентифицировать длинные ротационные полосы для области трансурановых ядер. Анализ динамических моментов инерции от частоты, проведенный для ряда таких ядер, показывает, что вплоть до предельно измеренных спинов не наблюдается обратного загиба [1]. Отсутствие бэкбендинга означает, что не происходит пересечения основной полосы коллективных состояний с состояниями, содержащими высокоспиновые квазичастичные пары. Такая зависимость динамических моментов инерции коррелирует с большой глубиной деформационной ямы (более 20 МэВ) и описана в работе [2] с учетом реалистических сил Гоньи или Скирма [3]. Первое описание квадрупольной низкоэнергетической коллективности связывается с геометрической моделью Бора–Моттельсона, использующей пять переменных квадрупольной деформации [4]. В рамках этого представления в работе [5] была введена неаксиальность, которая широко использовалась во франкфуртской модели (обобщенной модели ядра GCM — General Collective Model) коллективных движений в ядрах [6]. В этой модели коллективный гамильтониан конструируется из пяти компонентов неприводимого тензора оператора коллективных координат и импульсов, описывающих форму ядра в лабораторной системе координат. Параметры гамильтониана определяются по совокупности экспериментальных данных по низколежащим коллективным состояниям. Для интерпретации полученных вычислений делался переход во внутреннюю систему координат, что дало возможность выделить из гамильтониана коллективную потенциальную поверхность, выраженную через переменные β и γ . При этом считалось, что при переходе от состояния к состоянию потенциальная поверхность не меняется и, соответственно, параметры модели остаются неизменными.

Другая теория — теория динамической деформации Кумара (DDM — Dynamic Deformation Model) [7, 8] — отличалась большим вниманием к микроскопическому обоснованию предложенного подхода. Квадрупольные силы вводились через деформацию среднего поля, конфигурационное пространство расширялось до девяти главных оболочек. Вычисления потенциальной энергии деформации методом Хартри–Фока–Боголюбова заменялись вычислениями с помощью метода оболочечной поправки Струтинского [9]. Моменты инерции и вибрационные массовые параметры находились по методу Инглиса [8, 10]. В результате потенциальная энергия, моменты инерции, массовые параметры, одночастичные энергии, характеристики спаривания оказывались функциями формы ядра. Это приводило к уравнению Шредингера, включающего в себя ротационно-вибрационную связь. При этом предполагалось, что средние значения параметров дефор-

мации различаются для разных состояний в одном ядре. Схема расчетов в DDM не предполагала наличия самосогласования.

Благодаря последним двум направлениям появилась возможность интерпретации низколежащих 0^+ -состояний на основе идеи сосуществования различных форм в одном ядре для различных состояний. Это относилось к низколежащим возбужденным состояниям 0^+ в таких четных ядрах, как $^{70,72}\text{Ge}$, $^{72,74}\text{Se}$, ^{98}Mo . Одно из объяснений этих состояний заключалось в предположении, что в соответствующих ядрах помимо глобального минимума на поверхности потенциальной энергии (PES) при $\beta = 0$ существует еще локальный минимум при $\beta \neq 0$ и именно за счет этого минимума формируются некоторые из низколежащих состояний, т.е. в одном ядре могут сосуществовать состояния с разной деформацией. Опыты по зарядовым радиусам свидетельствуют о возможности разной деформации основных состояний соседних ядер [11], а не о сосуществовании состояний с разной деформацией в одном ядре. Теоретического доказательства такого сосуществования до последнего времени не было, так как анализ волновых функций не осуществлялся в терминах деформации, т.е. во внутренней системе координат. Поэтому такое объяснение оставалось лишь гипотезой. В связи с недавними работами [12, 13] появилась надежда на то, что можно будет подтвердить или опровергнуть гипотезу сосуществования разных форм в одном ядре.

1. СВЯЗЬ МОДЕЛИ ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩИХ БОЗОНОВ С ПЕРЕМЕННЫМИ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

Со временем кроме геометрических описаний коллективных состояний, оперирующих деформационными переменными, появилось иное описание коллективных состояний, основанное на бозонном представлении фермионных операторов, и наиболее используемой теперь является модель взаимодействующих бозонов (МВБ). Исходными микроскопическими блоками этой модели были фононы квадрупольного типа в представлении квазичастичного метода Тамма–Данкова или метода случайной фазы (КМСФ). Отличительной чертой МВБ от более ранних бозонных моделей является предположение о замкнутости алгебры фононных операторов и их коммутаторов, выраженных в терминах квазичастиц. Это позволило перейти к конечному представлению фононных операторов через бозонные квадрупольного типа и формально введенные скалярные бозоны. Бозоны в такой терминологии отличаются от фононных операторов тем, что для них выполняются идеальные коммутационные соотношения, характерные именно для бозонных операторов. При этом предположение о замкнутости алгебры фононных операторов приводит к ограничению максимального числа фононов неким максимальным значением, и это есть главное отличие МВБ от геометрических моделей ядра. Способ соотношения обобщенных координат в геометрических моделях и бозонных параметров был получен

при использовании внутреннего состояния [14, 15]:

$$|\Phi\rangle = \left\{ s^+ + \tilde{\beta} \left[d_0^+ \cos \tilde{\gamma} + \frac{1}{\sqrt{2}} (d_2^+ + d_{-2}^+) \sin \tilde{\gamma} \right] \right\}^\Omega, \quad (1)$$

$$\langle \Phi | \Phi \rangle = \Omega (1 + \tilde{\beta}^2)^2.$$

Если гамильтониан МВБ1 принять в виде

$$H_{\text{ИВМ}} = \varepsilon_d \hat{n}_d + k_1 (d^+ \cdot d^+ s s + \text{H. c.}) +$$

$$+ k_2 \left((d^+ d^+)^{(2)} \cdot d s + \text{H. c.} \right) + \frac{1}{2} \sum_L C_L (d^+ d^+)^{(L)} \cdot (d d)^{(L)}, \quad (2)$$

где H. c. означает эрмитово сопряжение, а точка между операторами соответствует скалярному произведению, то среднее от него по функции внутреннего состояния имеет вид

$$\langle H_{\text{ИВМ}} \rangle = \langle \Phi | H_{\text{ИВМ}} | \Phi \rangle (\langle \Phi | \Phi \rangle)^{-1} = \frac{\Omega \tilde{\beta}^2}{(1 + \tilde{\beta}^2)^2} \left\{ \varepsilon_d + 2k_1 (\Omega - 1) - \right.$$

$$\left. - \sqrt{\frac{8}{7}} k_2 (\Omega - 1) \tilde{\beta} \cos 3\tilde{\gamma} + \left[\left(\frac{C_0}{10} + \frac{C_2}{7} + \frac{9C_4}{35} \right) (\Omega - 1) + \varepsilon_d \right] \tilde{\beta}^2 \right\}. \quad (3)$$

Параметры гамильтониана МВБ ε_d , k_1 , k_2 , C_L определяются либо феноменологически на основе наилучшего описания энергий коллективных состояний и значений $B(E2)$ между ними, либо микроскопически [16] на основе межнуклонных взаимодействий. Дополнительным параметром является максимальное число квадрупольных бозонов, или общее число d - и s -бозонов, — Ω . Величину $\langle H_{\text{ИВМ}} \rangle$ как функцию деформационных характеристик $\tilde{\beta}$ и $\tilde{\gamma}$ по аналогии с PES можно назвать поверхностью деформационной энергии.

Параметры деформации МВБ1 $\tilde{\beta}$ и $\tilde{\gamma}$ непосредственно не характеризуют геометрическую форму ядра, они определяют отклонение от сферичности функции $|\Phi\rangle$. Для $SU(3)$ -предела и асимптотически при $\Omega \rightarrow \infty$ $\tilde{\beta} = \sqrt{2}$ и при $k_2 > 0$ $\tilde{\gamma} = 0$, если же, наоборот, $k_2 < 0$, то $\tilde{\gamma} = \pi/3$ (часто обозначается как отрицательные значения $\tilde{\beta}$ или β), что соответствует жесткому ротатору. Для $O(6)$ -предела при $\Omega \rightarrow \infty$ $\tilde{\beta} = 1$, а величина $\langle H_{\text{ИВМ}} \rangle$ не зависит от $\tilde{\gamma}$, что соответствует предельной γ -нестабильности. В работе [15] приведена возможная связь параметра деформации β и параметра $\tilde{\beta}$:

$$\beta = \frac{2\Omega}{A} \tilde{\beta}, \quad \gamma = \tilde{\gamma}. \quad (4)$$

К последнему соотношению следует относиться с большой осторожностью, особенно в сильнодеформированных ядрах, так как не все глубокие оболочки ядра могут быть вовлечены в общую деформацию, а также из-за неопределенности параметра Ω . Поэтому реально β может оказаться больше по сравнению с оценкой (4). Наконец, в работе [17] было получено более точное соотношение между параметрами $\tilde{\beta}$ и $\tilde{\gamma}$ и обычными парамет-

рами деформации β и γ . Это было сделано через квадрупольный момент ядра. Если квадрупольный оператор принять в традиционном для МВБ1 виде

$$\hat{T}(E2) = e^* (d^+ s + s^+ d + \chi_{E2} d^+ d)^{(2)}, \quad (5)$$

то через среднее его значение по функции внутреннего состояния будет определяться квадрупольный момент

$$\begin{aligned} \langle Q_{\text{ВМ}}^{(0)} \rangle &= \langle \Phi | 4 \sqrt{\frac{\pi}{5}} \hat{T}(E2) | \Phi \rangle (\langle \Phi | \Phi \rangle)^{-1} = \\ &= 4 \sqrt{\frac{\pi}{5}} \frac{2\Omega \tilde{\beta} \cos \tilde{\gamma}}{1 + \tilde{\beta}^2} e^* \left(1 - \sqrt{\frac{1}{14}} \chi_{E2} \tilde{\beta} \frac{\cos 2\tilde{\gamma}}{\cos \tilde{\gamma}} \right), \end{aligned} \quad (6)$$

который приравнивается к квадрупольному моменту ядра, рассматриваемого как равномерно заряженный трехосный эллипсоид со средним радиусом $R = 1,2 A^{1/3} \Phi \text{м}$ и в предположении, что $\beta^2 \ll 1$:

$$Q^{(0)} = \frac{3}{\sqrt{5\pi}} Z e R^2 \beta \cos \gamma. \quad (7)$$

Это приводит к соотношению

$$\beta \cos \gamma = \frac{4\pi}{3} \frac{\tilde{\beta} \cos \tilde{\gamma}}{1 + \tilde{\beta}^2} \frac{2e^* \Omega}{Z e R^2} \left(1 - \sqrt{\frac{1}{14}} \chi_{E2} \tilde{\beta} \frac{\cos 2\tilde{\gamma}}{\cos \tilde{\gamma}} \right). \quad (8)$$

Аналогичным образом поступая с оператором $1/2(Q_2 + Q_{-2})$, получаем

$$\text{tg } \gamma = \text{tg } \tilde{\gamma} \frac{1 + \sqrt{2/7} \chi_{E2} \tilde{\beta} \cos \tilde{\gamma}}{1 - \sqrt{1/14} \chi_{E2} \tilde{\beta} (\cos 2\tilde{\gamma}) / \cos \tilde{\gamma}}. \quad (9)$$

Из выражения (9) следуют тождества $\gamma = \tilde{\gamma} = 0$ и $\gamma = \tilde{\gamma} = \pi/3$, а именно эти крайние случаи для γ нас и будут интересовать, для них выполняется соотношение

$$\beta = 1,4179 \frac{\tilde{\beta}}{1 + \tilde{\beta}^2} \frac{e_W^* \Omega}{Z} \left(1 - 0,2673 \chi_{E2} \tilde{\beta} \right). \quad (10)$$

В выражении (10) e_W^* соответствует тому случаю, когда значения $B(E2)$ рассматриваются в одночастичных единицах $W. \text{u.} = 0,0594 A^{4/3} e^2 \Phi \text{м}^4$. Связь между таким образом введенными бозонными зарядами имеет вид $e^* = 0,2437 A^{2/3} e_W^*$. Если ориентироваться на выражение (3) при $\gamma = 0$, $\beta > 0$ и при $\gamma = \pi/3$, $\beta < 0$, то формула (10) будет справедливой для обоих этих случаев.

У выражения (10) есть существенный недостаток, он связан с тем, что оно не является монотонной функцией $\beta(\tilde{\beta})$. Ее максимум достигается примерно при $\tilde{\beta} \simeq 1,1$, что соответствует $\beta \simeq 0,29$. Впрочем, использовать соотношение (10) при больших деформациях неправомерно, так как используется приближение $\beta^2 \ll 1$. Поэтому будем поступать следующим образом: для значения $\tilde{\beta}$, соответствующего минимуму $\langle H_{\text{ВМ}} \rangle$, рассчиты-

вается β . После этого подбирается такое значение Ω' , чтобы для найденных таким образом значений $\tilde{\beta}$ и β выполнялось равенство

$$\beta = \frac{2\Omega'}{A} \tilde{\beta}. \quad (11)$$

С помощью именно этого соотношения определяется соотношение деформационных параметров.

Один из способов решения задачи на собственные значения в геометрических моделях заключается в диагонализации гамильтониана в базисе пятимерного осциллятора, которая, например, была осуществлена в 1974 г. в работе [18] в случае состояний деформированных ядер с высокими моментами. Причем вычисления существенно упрощались при использовании матричных элементов от различных членов гамильтониана, полученных в базисе $O(5)$ [19]. При таком способе расчета всегда остается открытым вопрос о том, чем ограничить размер базиса. Реально его размер ограничивался возможностями вычислительных машин. Представленный способ расчета связан с лабораторной системой координат, поэтому в нем теряется связь с параметрами деформации. В силу этого на основе таких вычислений нельзя делать суждения о структуре волновых функций посредством деформационных переменных. Следует отметить, что полная классификация функций пятимерного осциллятора и способ вычисления ряда матричных элементов в нем оказались удобным инструментом вычисления матричных элементов всех операторов в МВБ1, который использовался при расчете собственных значений и собственных функций [20–22] при произвольных наборах параметров МВБ1.

Тот факт, что гамильтониан МВБ1 с произвольными параметрами может быть представлен через функцию внутреннего состояния в терминах деформационных параметров, приводит к идее специфического способа определения параметров МВБ1, не рассматривающего моды возбуждений. А именно на основе одного из применяемых способов расчета, использующего реалистическое межнуклонное взаимодействие, сначала находится поверхность потенциальной энергии в деформационных терминах. Затем параметры бозонного гамильтониана определяются таким образом, чтобы среднее от бозонного гамильтониана с этими параметрами по функции внутреннего состояния максимально соответствовало вычисленной коллективной потенциальной поверхности. Это было реализовано в работе [23] с использованием МВБ2, в которой бозоны различаются по изоспину. Именно после появления МВБ2 первоначальный вариант модели, в которой различие по изоспину среди бозонов не делалось, стали называть МВБ1. Также в работе [23] на основе сил Скирма рассчитывались поверхности потенциальной энергии и из максимального ее совпадения со средним от бозонного гамильтониана по внутреннему состоянию определялись бозонные параметры. В этой работе утверждается, что не все, а наиболее значимые параметры МВБ2 могут быть однозначно определены с помощью вейвлет-анализа (wavelet analysis). Это привело к качественному описанию энергий коллективных состояний широкого набора ядер. Так как

силы Скирма включают в себя ряд мультипольностей, то такой подход эффективно включает то, что при рассмотрении задачи микроскопического расчета параметров различные моды возбуждений интерпретировались как перенормировка бозонных параметров за счет мод, не являющихся низжайшими коллективными. При этом следует иметь в виду, что среднее по функции внутреннего состояния от бозонного гамильтониана имеет существенное ограничение, проявляющееся в том, что при реалистических значениях параметров среднее не дает нескольких локальных минимумов потенциальной поверхности от параметров деформации. Особенности потенциальной поверхности, которые не могут быть получены с использованием традиционных членов гамильтониана МВБ1, могут быть реализованы с помощью дополнительных многобозонных членов, например, минимум в $\langle H(\tilde{\beta}, \tilde{\gamma}) \rangle$ при $\tilde{\beta} \neq 0$ и $\tilde{\gamma} \neq 0$, $\pi/3$ достигается за счет введения члена, пропорционального $(d^+ d^+ d^+)^L (ddd)^L$ [24].

В силу этого большой интерес вызывают работы [12, 13], в которых задача на собственные значения и функции квадрупольного коллективного гамильтониана Бора, зависящего от переменных формы β и γ с потенциалом, имеющим сферический и деформированный минимумы, решается с помощью дифференциального уравнения. Это дает возможность интерпретировать волновые функции непосредственно через деформационные характеристики. При этом глубина двух минимумов, высота и ширина барьера, а также жесткость потенциала вблизи обоих минимумов определены таким образом, чтобы добиться удовлетворительного описания наблюдаемых свойств низколежащих коллективных квадрупольных состояний. Это демонстрировалось на примере ^{96}Zr .

С помощью такого подхода можно объяснить природу состояний, энергии которых не находят объяснения при ряде других подходов, например МВБ1. Если это окажется так, то это значит, что ранее необъяснимые по энергии состояния не являются некими квазичастичными возбуждениями, внедренными в комплекс коллективных состояний, а это тоже коллективные состояния, но их положение определяется особенностью поверхностного потенциала, который не может быть воспроизведен традиционным набором операторов гамильтониана МВБ1.

В следующем разделе в рамках феноменологии МВБ1 проанализированы энергии состояний ираст-полос обозначенных ядер, которые получены на основе взаимодействия Гоньи [2], причем дополнительным условием будет воспроизведение глубины потенциала поверхности.

2. АНАЛИЗ РЯДА ЯДЕР ТРАНСУРАНОВОЙ ОБЛАСТИ В ФЕНОМЕНОЛОГИИ МВБ1

Проведенные работы по анализу коллективных состояний в рамках микроскопической версии расширенной МВБ [16, 25, 26] показали, что максимальное число бозонов Ω оказывается существенно большим, чем то, что дает число пар частиц (или дырок) валентных нуклонов. Формирование машинного кода для расчета свойств коллективных состояний до

$\Omega = 36$ было осуществлено в работе [27] при изучении свойств четных изотопов Hf. Для рассматриваемых ядер Ω было принято равным 24. С одной стороны, это число достаточно большое, с другой — поиск параметров гамильтониана, которые дают в определенной области их значений наилучшее воспроизведение экспериментальных значений энергии коллективных состояний, требует разумного машинного ресурса. Для двух ядер такой расчет был произведен и для $\Omega = 36$, но в силу того, что размер матриц, требующих диагонализации, сильно растет с увеличением Ω , процедура поиска наилучших параметров требует значительных ресурсов. Максимальный размер матриц для $\Omega = 36$ и спина $I = 16^+$ равен 551×551 . При фитировании параметров гамильтониана МВБ1 даже по трем полосам нет однозначности, тем более когда параметры подбираются по одной полосе. Поэтому поиск параметров осуществлялся в той области значений, которая дает величину деформационной энергии, близкую к оценке, полученной в работе [2]. Предложенные параметры гамильтониана МВБ1 для изотопов Pu приведены в табл. 1, для изотопов Cm — в табл. 2, для изотопов Fm, No — в табл. 3. За плавностью изменения их значений от ядра к ядру не следили. Главным критерием было максимально точное воспроизведение энергий состояний до предельных спинов.

Этим параметрам соответствуют теоретические значения энергии, представленные в табл. 4–6 и на рис. 1–3, где они сравниваются с экспериментальными значениями. В $^{236}_{94}\text{Pu}$ энергии ирради-полосы известны до спина

Таблица 1. Значения бозонных параметров (в МэВ) для изотопов Pu

Параметр	$^{236}_{94}\text{Pu}$	$^{238}_{94}\text{Pu}$	$^{240}_{94}\text{Pu}$	$^{242}_{94}\text{Pu}$	$^{244}_{94}\text{Pu}$
ε_d	-0,833557	-0,793156	-0,733679	-0,823019	-0,805452
k_1	-0,063081	-0,050154	-0,055681	-0,060871	-0,063350
k_2	0,046877	0,038541	0,047567	0,049069	0,060319
C_0	0,782184	0,583019	0,694680	0,708645	0,625414
C_2	0,037760	0,097487	0,088359	0,027969	0,042031
C_4	0,035870	0,045934	0,036018	0,036953	0,021875
Ω	24	24	24	24	24

Таблица 2. Значения бозонных параметров (в МэВ) для изотопов Cm

Параметр	$^{242}_{96}\text{Cm}$	$^{246}_{96}\text{Cm}$	$^{248}_{96}\text{Cm}$		
ε_d	-0,830573	-0,733828	-0,612734	-0,454438	-0,563750
k_1	-0,058087	-0,053350	-0,051010	-0,045698	-0,032375
k_2	0,047832	0,041993	0,044905	0,032209	0,010375
C_0	0,676933	0,635551	0,518385	0,681250	0,531111
C_2	0,058992	0,068013	0,050351	0,010625	0,046833
C_4	0,036823	0,036668	0,023765	0,025375	0,036375
Ω	24	24	24	30	36

Таблица 3. Значения бозонных параметров (в МэВ) для изотопов Fm и No

Параметр	$^{248}_{100}\text{Fm}$	$^{250}_{100}\text{Fm}$	$^{252}_{102}\text{No}$	$^{254}_{102}\text{No}$	
ε_d	-0,858014	-0,622372	-0,828446	-0,855299	-0,599583
k_1	-0,054802	-0,045450	-0,062310	-0,062269	-0,027563
k_2	0,035529	0,039726	0,057285	0,058609	0,034062
C_0	0,729373	0,529165	0,747561	0,817996	0,240833
C_2	0,025213	0,098556	0,073516	0,067244	0,165500
C_4	0,060135	0,040652	0,040685	0,049793	0,039885
Ω	24	24	24	24	36

$I = 16^+$, и они воспроизводятся. В $^{238,240}\text{Pu}$ — уже до спинов $I = 30^+$ и 32^+ соответственно. До таких высоких спинов описание энергий в рамках чисто коллективной модели ранее получено не было. В ^{242}Pu до спина $I = 22^+$ соответствие экспериментальных и теоретических значений энергии также весьма хорошее, но при больших спинах оно стремительно ухудшается, как это видно из рис. 1. Можно улучшить описание состояний со спинами $I \geq 30^+$, однако в этом случае теоретические значения состояний с промежуточными спинами окажутся на 50 кэВ меньше экспериментальных значений.

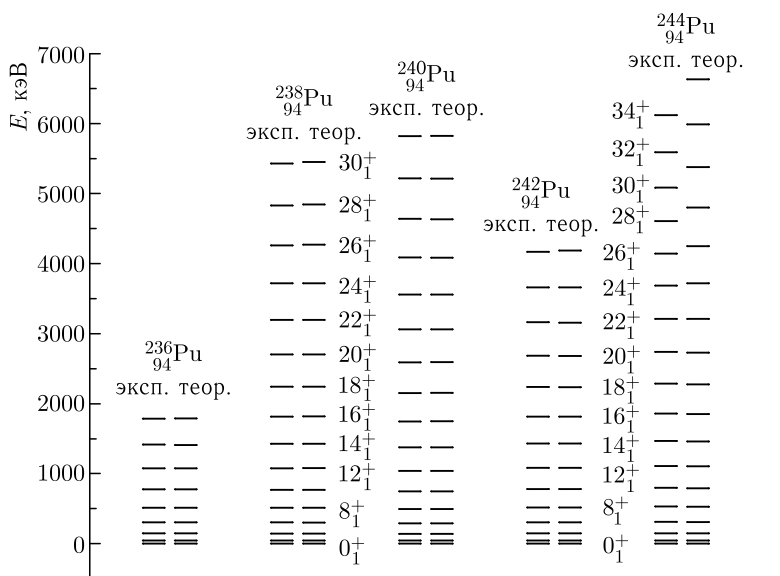


Рис. 1. Экспериментальные [28] и расчетные значения энергии в изотопах Pu

Таблица 4. Экспериментальные [28] значения энергии (в кэВ) в сравнении с расчетными для изотопов Рu

I^π	$^{236}_{96}\text{Pu}$		$^{238}_{96}\text{Pu}$		$^{240}_{96}\text{Pu}$		$^{242}_{96}\text{Pu}$		$^{244}_{96}\text{Pu}$	
	эксп.	расч.	эксп.	расч.	эксп.	расч.	эксп.	расч.	эксп.	расч.
2 ⁺	44,6	44,6	44,1	44,0	42,8	42,7	44,5	44,5	44,2	45,2
4 ⁺	147,5	147,4	145,9	145,6	141,7	141,4	147,3	147,3	149,9	149,8
6 ⁺	305,8	305,9	303,4	303,0	294,3	293,9	306,4	306,3	313,0	311,6
8 ⁺	515,7	516,2	512,6	513,2	497,4	497,2	518,1	518,2	530,2	527,5
10 ⁺	773,5	773,9	771,9	773,2	747,4	747,9	778,6	779,4	797,8	793,7
12 ⁺	1074,3	1075,0	1077,7	1079,0	1041,1	1042,0	1084,4	1086,0	1111,4	1106,0
14 ⁺	1413,6	1413,0	1426,4	1429,0	1374,8	1377,0	1431,7	1433,0	1466,7	1460,0
16 ⁺	1786,0	1789,0	1815,5	1818,0	1745,7	1749,0	1816,7	1817,0	1859,2	1852,0
18 ⁺	—	—	2241,7	2244,0	2151,6	2155,0	2236,0	2235,0	2284,5	2276,0
20 ⁺	—	—	2702,3	2704,0	2590,2	2593,0	2686,0	2682,0	2737,9	2731,0
22 ⁺	—	—	3195,4	3196,0	3059,8	3061,0	3163,0	3158,0	3211,0	3212,0
24 ⁺	—	—	3717,1	3718,0	3559,0	3557,0	3662,0	3660,0	3686,3	3718,0
26 ⁺	—	—	4263,7	4269,0	4086,3	4082,0	4172,0	4188,0	4145,2	4248,0
28 ⁺	—	—	4833,3	4847,0	4639,4	4634,0	—	—	4606,1	4801,0
30 ⁺	—	—	5426,5	5452,0	5220,3	5214,0	—	—	5085,7	5380,0
32 ⁺	—	—	—	—	5819,3	5824,0	—	—	5589,6	5989,0
34 ⁺	—	—	—	—	—	—	—	—	6119,7	6635,0

Таблица 5. Экспериментальные [1, 28] значения энергии (в кэВ) в сравнении с расчетными для изотопов Cm

I^π	$^{242}_{96}\text{Cm}$		$^{246}_{96}\text{Cm}$		$^{248}_{96}\text{Cm}$	
	эксп.	расч.	эксп.	расч.	эксп.	расч.
2 ⁺	42,10	41,9	42,9	42,9	43,4	43,6
4 ⁺	138,10	138,8	141,0	142,0	143,8	144,4
6 ⁺	288,30	288,7	294,1	295,1	298,9	300,0
8 ⁺	489,10	488,8	498,7	499,1	506,4	507,3
10 ⁺	735,90	735,7	751,5	750,4	762,8	762,6
12 ⁺	1026,20	1026,0	1045,3	1045,0	1064,1	1062,0
14 ⁺	1355,20	1356,0	1385,3	1380,0	1406,1	1400,0
16 ⁺	1720,80	1722,0	1758,4	1751,0	1783,9	1775,0
18 ⁺	2119,50	2121,0	2163,3	2155,0	2192,6	2181,0
20 ⁺	2549,30	2550,0	2596,3	2590,0	2627,0	2615,0
22 ⁺	3008,83	3008,0	3054,2	3052,0	3083,4	3076,0
24 ⁺	3497,40	3493,0	3533,3	3541,0	3559,5	3559,0
26 ⁺	—	—	4031,4	4056,0	4055,3	4064,0
28 ⁺	—	—	—	—	4572,3	4590,0
30 ⁺	—	—	—	—	5113,9	5136,0
32 ⁺	—	—	—	—	5680,7	5700,0

Таблица 6. Экспериментальные [1, 28] значения энергии (в кэВ) в сравнении с расчетными для изотопов Fm и No

I^π	$^{248}_{100}\text{Fm}$		$^{250}_{100}\text{Fm}$		$^{252}_{102}\text{No}$		$^{254}_{102}\text{No}$	
	эксп.	расч.	эксп.	расч.	эксп.	расч.	эксп.	расч.
2 ⁺	46,0	45,8	45,0	44,4	46,4	46,5	44,2	44,0
4 ⁺	152,0	151,7	147,0	147,2	153,8	154,1	145,2	146,2
6 ⁺	317,2	316,2	304,9	306,4	320,7	321,0	304,6	305,0
8 ⁺	538,6	536,8	516,9	519,2	544,5	544,4	518,7	518,6
10 ⁺	813,3	810,5	780,2	782,6	821,7	821,2	786,0	784,8
12 ⁺	1137,3	1134,0	1092,0	1093,0	1150,0	1148,0	1104,1	1101,0
14 ⁺	1507,7	1505,0	1448,6	1448,0	1525,6	1521,0	1470,7	1466,0
16 ⁺	1921,0	1921,0	1846,2	1844,0	1942,0	1938,0	1883,0	1876,0
18 ⁺	2372,0	2378,0	2281,2	2278,0	2395,5	2396,0	2339,0	2332,0
20 ⁺	—	—	2749,8	2749,0	2879,0	2892,0	2837,0	2832,0
22 ⁺	—	—	3248,8	3253,0	—	—	3373,0	3377,0
24 ⁺	—	—	—	—	—	—	3943,0	3966,0

Для всех рассмотренных изотопов $_{96}\text{Cm}$ с массовыми числами $A = 242, 246, 248$ вплоть до всех известных спинов, а это соответственно $I = 24^+, 26^+$ и 32^+ , получено также весьма удовлетворительное описание.

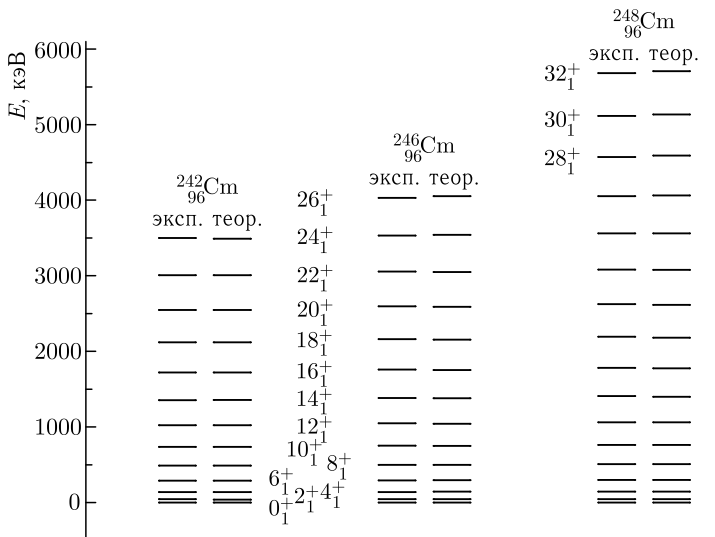


Рис. 2. Экспериментальные [1, 28] и расчетные значения энергии в изотопах Cm

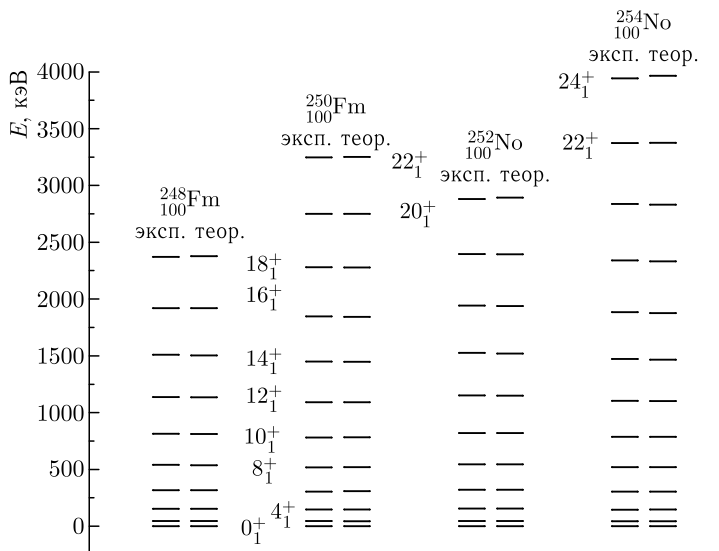


Рис. 3. Экспериментальные [1, 28] и расчетные значения энергии в изотопах Fm и No

Аналогичная картина хорошего соответствия экспериментальных и теоретических значений энергии имеется для двух изотопов ^{100}Fm с $A = 248, 250$ и двух изотопов ^{102}No с $A = 252, 254$ до спинов $I = 18^+, 22^+$ и $20^+, 24^+$ соответственно.

Из рассмотренных здесь ядер есть одно, для которого известны экспериментальные значения $B(E2)$ для переходов вдоль ираст-полосы вплоть до высоких спинов, — это ${}^{248}_{96}\text{Cm}$. Их значения приведены на рис. 4. Здесь же приведены теоретические значения, нормированные на нижайший переход. Из рис. 4 видно, что расчеты, произведенные с $\Omega = 24$, дают явно заниженные значения, начиная с середины полосы. Поэтому расчеты были произведены и для больших значений полного числа бозонов: $\Omega = 30$ и 36 . Видно, что в этих двух случаях описание практически всех значений $B(E2)$ в полосе вполне удовлетворительно.

Для всех рассмотренных ядер известны экспериментальные значения $B(E2; 2^+ \rightarrow 0^+)$, что позволяет численно соотносить параметры β и $\tilde{\beta}$. Так как для ${}^{248}\text{Cm}$ были осуществлены расчеты для трех значений Ω , то в этих случаях и были получены оценки, представленные в табл. 7. Значения $\tilde{\beta}$ соответствуют минимуму функции (3) с параметрами из табл. 2. Видно, что, несмотря на сильно различающиеся входящие в эту таблицу исходные величины, результирующие β оказываются неизменными до двух значащих цифр и это значение совпадает с представленным в работе [2].

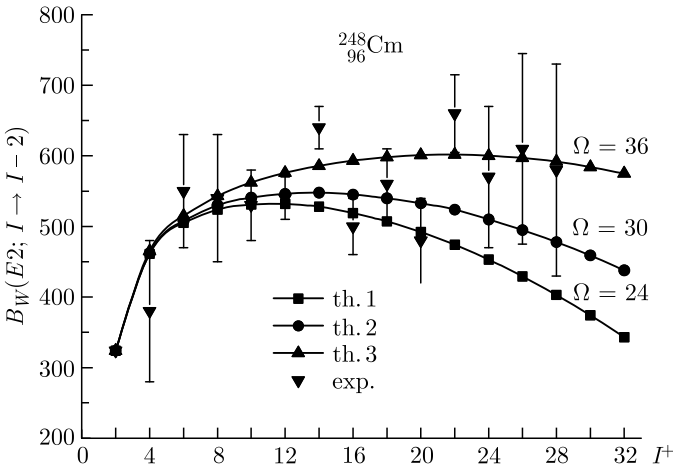


Рис. 4. Значения $B_W(E2; I \rightarrow I - 2)$ для ${}^{248}_{96}\text{Cm}$, $W. u. = 922,55 e^2 \Phi_M^4$, «th. 1» соответствует расчету с $\Omega = 24$, «th. 2» соответствует расчету с $\Omega = 30$, «th. 3» соответствует расчету с $\Omega = 36$, экспериментальные значения взяты из [28, 29]

Таблица 7. Численные соотношения β и $\tilde{\beta}$ для ${}^{248}\text{Cm}$ на основе (4) и (10) при $\chi_{E2} = k_2/(2k_1)$

Ω	e_W^*	χ_{E2}	$\tilde{\beta}$	$\beta(4)$	$\beta(10)$
24	1,4693	-0,431	0,9	0,174	0,286
30	1,2573	-0,367	0,8	0,194	0,293
36	1,1300	-0,160	0,7	0,203	0,291

Для всех рассмотренных изотопов Cm и No с представленными в табл. 2, 3 параметрами МВБ1 были рассчитаны $\langle H_{\text{IBM}} \rangle$, которые приведены на рис. 5–9 в сравнении с коллективными потенциальными энергиями из работы [2], в которой они были получены на основе решения задачи многих тел с использованием приближения среднего поля, включающего парные корреляции, т. е. в самосогласованном приближении Хартри–Фока–Боголюбова. Ядерный гамильтониан включал в себя эффективное нуклон-нуклонное взаимодействие Гоньи [3]. Уравнения решались на основе аксиально-симметричных гармонических осцилляторов. Размер

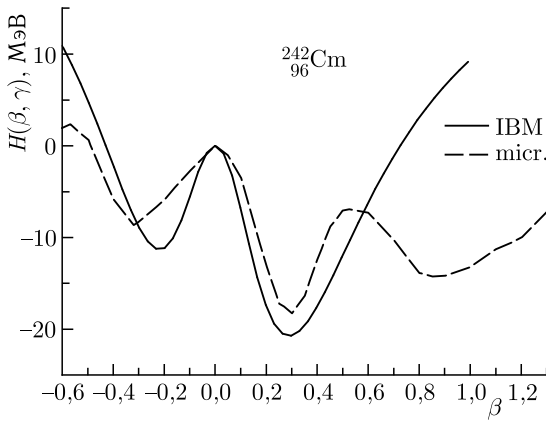


Рис. 5. Энергии деформации ${}^{242}\text{Cm}$, полученные в [2] и обозначенные «micr.», а также вычисленные в соответствии с (3) («IBM») с параметрами из табл. 2, при расчете β через $\tilde{\beta}$ в соотношении (11) использовано $\Omega' = 40$

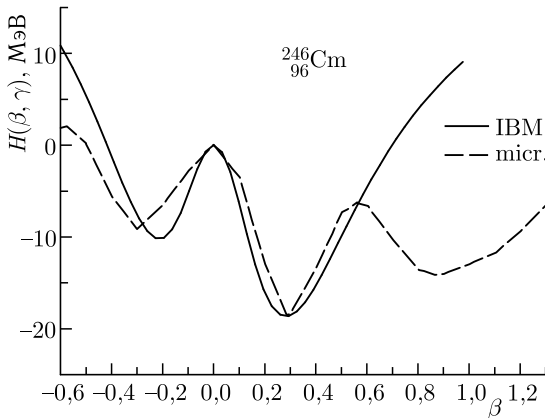


Рис. 6. Энергии деформации ${}^{246}\text{Cm}$, как на рис. 5, $\Omega' = 40$

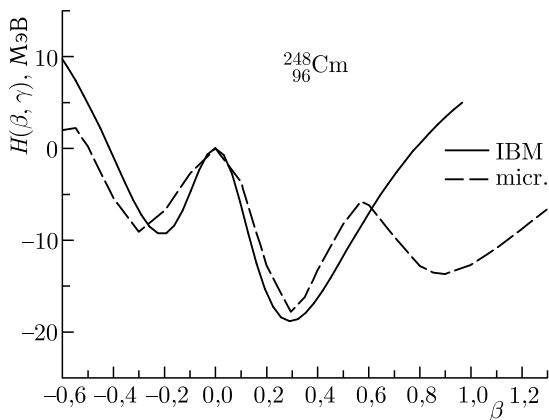


Рис. 7. Энергии деформации ^{248}Cm , как на рис. 5, $\Omega' = 40$

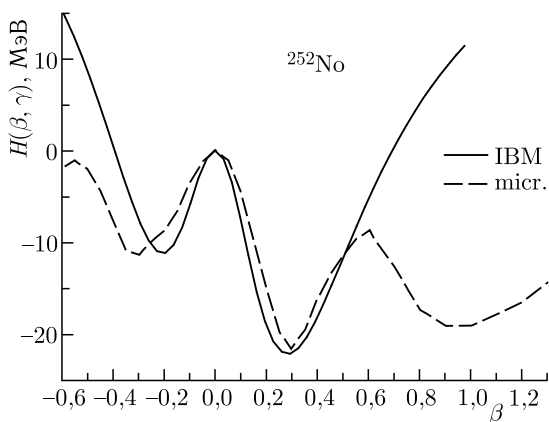


Рис. 8. Энергии деформации ^{252}No , как на рис. 5, $\Omega' = 41$

базиса при этом определялся числом оболочек, примерно в восемь раз большим максимального количества занятых состояний.

Если в расчетах, произведенных в работе [2] для рассмотренных здесь ядер, получен минимум деформационной энергии при $\beta \simeq 0,3$ (см. рис. 5–9), то $\langle H_{\text{IBM}} \rangle$ определяется в соответствии с соотношением (4) при $\beta = 0,17$. Одна из причин может быть связана с недостаточно используемым числом бозонов. Поэтому для ^{254}No были произведены расчеты при максимально доступном в используемых кодах параметре $\Omega = 36$ (другие параметры приведены в табл. 3), что привело к минимуму $\langle H_{\text{IBM}} \rangle$ при $\beta = 0,23$ и что существенно ближе к результату, полученному в [2].

Для лучшего соответствия деформационных параметров перерасчет β из $\tilde{\beta}$ производился с помощью равенства (11), описанного ранее.

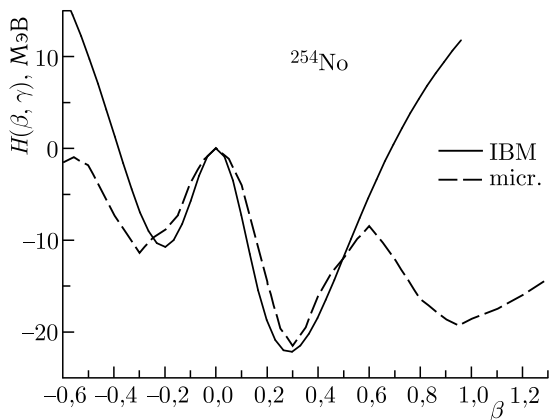


Рис. 9. Энергии деформации ^{254}No , как на рис. 5, $\Omega' = 42$

На рис. 5–9 показано, что первый минимум энергии деформации и его глубина в обоих расчетах воспроизводятся. При этом определенно можно утверждать, что такая большая глубина (до 20 МэВ) несовместима с успешным описанием β - и γ -полос в области 1 МэВ. Наоборот, например, в ^{254}No энергии 0_2^+ - и 2_2^+ -состояний получаются в разных вариантах расчета от 4,4 до 4,9 и соответственно от 2,6 до 3,15 МэВ. Снижение теоретических значений указанных энергий в МВБ1 однозначно приводит к уменьшению глубины потенциальной ямы. Для ^{246}Sm поиск параметров осуществлялся вблизи соответствующих $SU(3)$ -пределу МВБ1 значений, которые исходно воспроизводят 2_1^+ - и 0_2^+ -состояния [30]. При значениях параметров, идущих в порядке, например, табл. 2, $-0,313958$, $-0,012914$, $0,012363$, $-0,110052$, $0,059870$, $0,027771$ и $\Omega = 24$ получено удовлетворительное описание как 0_2^+ - и 2_2^+ -состояний, так и состояний ираст-полосы. Однако энергия деформации при этом равна всего 8,5 МэВ, т. е. разница с микроскопическим расчетом будет уже порядка 10 МэВ. Поэтому можно предположить, что наличие локального минимума сможет уменьшить данные энергии, не уменьшая энергии деформации.

В деформационной энергии, т. е. в $\langle H_{\text{IBM}} \rangle$, полученной с помощью МВБ1, второго минимума по β нет. В микроскопическом же расчете он реализуется при $\beta \simeq 0,95$ и разница между основным минимумом и локальным немногим более 2 МэВ, по крайней мере, для изотопов No. Такая небольшая разница должна проявляться в структуре коллективных состояний.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе в рамках феноменологии МВБ1 проанализированы ираст-полосы до предельно высоких наблюдаемых спинов в четных изотопах Pu, Sm, Fm, No. Для всех них описание получено весьма удовлетворительное и влияние квазичастичных степеней не обнаружено. Исключение

представляет только ^{244}Pu , но и для него хорошее описание энергий получено до спина $I = 22^+$. Неоднозначность параметров гамильтониана МВБ1 отчасти минимизировалась за счет того, что минимум энергии деформации, определяемый в МВБ1 с помощью функции внутреннего состояния, примерно соответствовал микроскопическому расчету в приближении Хартри–Фока–Боголюбова с использованием сил Гоньи. При этом энергия деформации в этих ядрах весьма внушительна — порядка 20 МэВ. В работе используется феноменологический подход, который, как правило, связан с описанием известных энергий коллективных состояний. Однако, опираясь на успешное описание и на систематику известных энергий, можно получить оценки энергий либо нижней части спектра, либо тех, которые по спинам на 2–4 единицы выше спинов с известными энергиями.

Предсказание энергий уровней ираст-полосы в трансурановой области ядер приобретает особый интерес в связи с изучением β - и γ -распадов высокоспиновых изомеров. В области атомных ядер редкоземельных элементов накоплен достаточно большой объем информации как о свойствах β -распада различного типа, так и о характеристиках распада высокоспиновых изомеров [28, 31]. При β -распаде таких изомеров происходит небольшое изменение спина ядра ($\Delta I = 0; \pm 1$) и в дочернем ядре также заселяются высокоспиновые состояния, причем после одного-двух последующих γ -переходов происходит заселение уровней ираст-полосы [31, 32]. Если энергии уровней ираст-полосы известны из предыдущих экспериментов или могут быть рассчитаны теоретически с достаточной точностью, то это существенно облегчает получение и интерпретацию экспериментальных данных по распаду высокоспиновых изомеров.

В области ядер трансурановых элементов данные о β -распаде высокоспиновых изомеров весьма малочисленны, а γ -распад подобных изомеров является предметом интенсивных исследований [28, 33, 34]. Между тем доля на β -распад для основных состояний нечетно-нечетных ядер в трансурановой области может быть весьма значительной [28]. Данный факт позволяет ставить вопрос о поиске и исследовании β -распада высокоспиновых изомеров нечетно-нечетных ядер в области трансурановых элементов с регистрацией γ -распада высокоспиновых состояний в области ираст-полосы в дочерних четно-четных ядрах. Кроме того, высокоспиновые изомеры могут заселяться и исследоваться в области ираст-полосы непосредственно в ядерных реакциях. В связи с постановкой подобных экспериментов информация об энергиях уровней ираст-полосы имеет чрезвычайно важное значение для идентификации β - и γ -распадов высокоспиновых изомеров.

ЛИТЕРАТУРА

1. Herzberg R. D., Greenless P. T. // Progr. Part. Nucl. Phys. 2008. V. 61. P. 674.
2. Hilaire S., Girod M. // Eur. Phys. J. A. 2007. V. 33. P. 237.
3. Decharge J., Gogny D. // Phys. Rev. C. 1980. V. 21. P. 1568.
4. Айзенберг И., Грайнер В. Модели ядер. Коллективные и одночастичные явления. М.: Атомиздат, 1975. 454 с.

5. *Davydov A. S., Phillipov G. F.* // Nucl. Phys. 1958. V. 8. P. 23.
6. *Gneuss G., Greiner W.* // Nucl. Phys. A. 1958. V. 171. P. 449.
7. *Kumar K.* // J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. 1978. V. 4. P. 849.
8. *Kumar K.* // Part. Nucl. Phys. 1982. V. 9. P. 233.
9. *Струтинский В. В.* // ЯФ. 1966. Т. 3. С. 614.
10. *Inglis D. R.* // Phys. Rev. 1955. V. 97. P. 701.
11. *Campbell P., Mooreb I. D., Pearsonc M. R.* // Progr. Part. Nucl. Phys. 2016. V. 86. P. 127.
12. *Sazonov D. A., Kolganova E. A., Shneidman T. M., Jolos R. V., Pietralla N., Witt W.* // Phys. Rev. C. 2019. V. 99. P. 031304(R).
13. *Mardyban E. V., Kolganova E. A., Shneidman T. M., Jolos R. V., Pietralla N.* // Phys. Rev. C. 2020. V. 102. P. 034308.
14. *Ginocchio J. N., Kirson M. W.* // Nucl. Phys. A. 1980. V. 350. P. 31.
15. *Bohr A., Mottelson B. R.* // Phys. Scripta. 1980. V. 22. P. 468.
16. *Ефимов А. Д.* // ЯФ. 2020. Т. 83. С. 380 [*Efimov A. D.* // Russ. J. Nucl. Phys. 2020. V. 83. P. 380].
17. *Ерохина К. И., Ефимов А. Д., Лемберг И. Х., Михайлов В. М.* // ЯФ. 1985. Т. 41. С. 596.
18. *Будник А. П., Серегин А. А.* // ЯФ. 1974. Т. 19. С. 979.
19. *Гай Е. В.* // ЯФ. 1974. Т. 19. С. 83.
20. *Janssen D., Jolos R. V., Dopau F.* // Nucl. Phys. A. 1974. V. 224. P. 93.
21. *Джолос Р. В., Дэнау Ф., Янсен Д.* // ТМФ. 1974. Т. 20. С. 112 [*Jolos R. V., Dopau F., Janssen D.* // Theor. Math. Phys. 1974. V. 20. P. 704].
22. *Джолос Р. В., Дэнау Ф., Янсен Д.* // ТМФ. 1975. Т. 23. С. 374 [*Jolos R. V., Dopau F., Janssen D.* // Theor. Math. Phys. 1975. V. 23. P. 580].
23. *Notura K., Shimizu N., Otsuka T.* // Phys. Rev. C. 2010. V. 81. P. 044307.
24. *Ефимов А. Д., Михайлов В. М.* // Коллективная ядерная динамика. Сб. ст. / Под ред. Р. В. Джолоса. Л.: Наука, 1990. С. 120.
25. *Ефимов А. Д., Михайлов В. М.* // Изв. РАН. Сер. физ. 2019. Т. 83. С. 1244 [*Efimov A. D., Mikhajlov V. M.* // Bull. Russ. Acad. Sci.: Phys. 2019. V. 83. P. 1136].
26. *Ефимов А. Д., Михайлов В. М.* // Изв. РАН. Сер. физ. 2018. Т. 82. С. 1395 [*Efimov A. D., Mikhajlov V. M.* // Bull. Russ. Acad. Sci.: Phys. 2018. V. 82. P. 1266].
27. *Ефимов А. Д., Михайлов В. М.* // Изв. РАН. Сер. физ. 2009. Т. 73. С. 808 [*Efimov A. D., Mikhajlov V. M.* // Bull. Russ. Acad. Sci.: Phys. 2009. V. 73. P. 760].
28. National Nuclear Data Center. Brookhaven National Laboratory. <http://www.nndc.bnl.gov>.
29. *Martin M. J.* // Nucl. Data Sheets. 2014. V. 122. P. 377.
30. *Ерохина К. И., Ефимов А. Д., Михайлов В. М.* Препринт ЛФТИ 1034, М-25605. Л., 1986.
31. *Izosimov I. N., Kalinnikov V. G., Solnyshkin A. A.* // Phys. Part. Nucl. 2011. V. 42. P. 963. DOI: 10.1134/S1063779611060049.
32. *Ефимов А. Д., Изосимов И. Н.* // ЯФ. 2021 (в печати).
33. *Hessberger F. P., Antalic S., Sulignano B., Ackermann D., Heinz S., Hofmann S., Kindler B., Khuyagbaatar J., Kojouharov I., Kuusiniemi P., Leino M., Lom-*

mel B., Mann R., Nishio K., Popeko A.G., Saro S., Streicher B., Usitalo J., Venhart M., Yeremin A.V. // Eur. Phys. J. A. 2010. V.43. P.55. DOI: 10.1140/epja/i2009-10899-9.

34. *Rezyunkina K., Lopez-Martens A., Hauschild K., Deloncle I., Peru S., Brionnet P., Chelnokov M.L., Chepigin V.I., Dorvaux O., Dechery F., Faure H., Gall B., Isaev A.V., Izosimov I.N., Katrasev D.E., Kuznetsov A.N., Kuznetsova A.A., Malyshev O.N., Popeko A.G., Popov Yu.A., Sokol E.A., Svirikhin A.I., Yeremin A.V. // Phys. Rev. C. 2018. V.7. P.054332.*

Получено 14 января 2021 г.

Редактор *Е. В. Григорьева*

Подписано в печать 04.03.2021.

Формат 60 × 90/16. Бумага офсетная. Печать офсетная.

Усл. печ. л. 1,13. Уч.-изд. л. 1,27. Тираж 205 экз. Заказ № 60081.

Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований
141980, г. Дубна, Московская обл., ул. Жолио-Кюри, 6.

E-mail: publish@jinr.ru

www.jinr.ru/publish/